算迪

一

叢書集成

初編

主編者
王雲五

商務印書館發行

廸算

(一)

何夢瑤撰

本館據嶺南遺書
本排印初編各叢
書僅有此本

算迪

算迪敘

數學與推步之術。我朝咸推宣城梅氏。然所著之書。叢脞凌雜。始末不能明備。聖祖仁皇帝欽定數理精蘊。及欽定歷象考成。窮方圓之微眇。薈中西之異同。伊古以來。未有此鴻寶鉅典也。元和惠半農先生。仰鑽聖學。兼通樂律。督學粵東時。何君西池爲入室弟子。親受業焉。如松崖徵君。雖淹貫經史。博綜羣書。然於算數測量。則略知大概而已。此乃余古農師之言也。何君之書。由梅氏之書而通之典學。筆算。籌算。表算。方程。句股。開方。帶縱。幾何。借根方諸法。皆述梅氏之學。至於割圓之八線。六宗。三要。二簡及難題諸術。本之梅氏。而又闡精蘊考成之旨矣。近日爲此學者。知法之已然。不知立法之所以然。若何君可謂知立法之所以然者。豈人云亦云哉。藩昔年卽知此書。嘉慶二十五年。來粵東。訪求不可得。道光元年六月。曾文學勉士於友人處得之。吳孝廉石華將付剞劂。謂藩曰。何君衍梅氏之義。似不及梅書之詳贍也。答之曰。是爲孤學。一知半解。尙難其人。況中西之法無所不通耶。且寒士有志於九章八線之術者。力不能購欽定諸書。熟讀算迪。亦可以思過半矣。孝廉以爲然。江藩作

算迪自序

算學至國朝御製數理精蘊一書。至矣。極矣。蓋由我聖祖仁皇帝。以天縱之聖。集中西之成。故能超千古而獨隆。亙萬世以垂法。非草茅愚陋。所能仰窺萬一也。顧卷帙浩繁。難於購與讀。謹撮錄要領。併舊纂算迪一册。合爲十二卷。以授學者。使便講習。擬名精蘊輯略。以參雜成書。非盡精蘊原文。不敢沿襲其名。以蹈不敬之愆。故仍名算迪。又恐見罪冒竊。爰敍簡首。以明鄙意焉。

算迪目錄

卷一

加法
減法
因乘
歸除
命分
約分
通分
乘除並用
四率比例正比例　轉比例　合率　帶分
按分遞折比例二八差分　三七差分　四六差分　遞折差分　加倍減半差分
按數加減比例遞加遞減差分　超位加減差分　互和折半差分　首尾互準差分

和數比例附就物抽分
較數比例舊名匿價差分
和數比例舊名貴賤差分　貴賤相和
盈朒單法　雙套
卷二
借衰互徵
疊借互徵
方程詳方程論纂
平方
帶縱平方較數　和數
句股定句股弦無零數　句股弦相求　求積　求中垂　求容　和較相求　積與和較相求　正句股比例
三角形求中垂　求積　內容　外切
卷三
割圓

割圓作八線表法六宗　新增四宗　三要　新增三法　二簡法　八線相求　求象限內各線總法
三角形邊線角度相求
測量
直線面
曲線面
圓內容各等邊形
圓外切各等邊形
各等邊形
更面形
方方
帶縱較數立方
帶縱和數立方句股法四條附
開三乘方

卷四

直線體
曲線體
各等面體
球內容各等面體
球外切各等面體
各等面體互容
更體形
各體權度比例
堆垜
卷五
難題附古法解
幾何原本摘要
卷六
借根方法加減乘除　帶縱　線類

卷七
借根方法面類　體類　諸乘方表
卷八
比例尺解

算迪卷一

南海　何夢瑤

加法筆算

㊀如有銀二百七十五兩。又一千一百三十兩。又一千四百零五兩。問共若干。

法用格眼粉板。直列三數。自下而上。逐層併之。末層兩位五五。成十無零。則紀〇於兩位。紀點於十位。再看十位三七。併紀點。共十一。則紀一於十位。紀點於百位。再看百位四一二。連紀點。共八。則於百位紀八。再看千位一一共二。則於千位紀二。合之得二千八百一十兩也。

凡於上位紀點。皆挨散數之旁紀之。以便合併。　核用九減試法。於粉板空處作一。將總數九減餘二。總數二八一。內八一合成九。減之。止餘二。紀一左。又將散數。紀點不算。九減。亦餘二。減二七。五一三。五四。餘二。紀一右。左右同。便不差。所減所餘。俱不論單十百千萬之位。只作單數看。如此條總數二千八百一十。八百合一十成九。便只作單九看。蓋減八百一十。即如減九十個九也。存二千。只作存單二看。蓋九減數不變。如一十減九仍餘一。二十減九仍餘二。觀九歸可知。九歸二千。必至餘單二乃已也。〇按九減法雖捷。然所差恰與九數合者。即核

總數

千	百	十	兩		
					二
			、		八
			、		一
					〇

散數

千	百	十	兩		
一	一				
四	一	二			
〇	三	七			
五		五			

試法

二
二

不出。故又有七減之術兼核之。但七減須論位。自萬而千而百而十而單。不若九減之快。故不錄。

畸零加法

㊀如有物十斤四兩十五銖。又九斤十一兩九銖。問共若干。　曰二十斤。二十四銖爲一兩。十六兩爲一斤。

此兩率一六。銖率二四。皆二位也。併銖位十五與九。得二十四。當進一兩。故於銖之二位紀○。兩位紀點。次查兩位十一與四。及所紀之點。共十六。當進一斤。故於兩之二位紀○。於斤位紀點。又查斤位九。併所紀之點成十。故於斤位紀○。於十位紀點。又查十位一。與所紀之點共二。故於十位紀二也。

斤		一	、		二
兩	九		、		○
	一				○
	一	四	、		○
十		一			○
銖	九	五			○

此不能用九減試法。可用畸零減法還原。

減法筆算

㊀如有米一千六百二十五石。已支出三百七十五石。問尚存若干。

曰一千二百五十石。

先查石位係五。減五。對減無餘。本位紀○。次查十位係二。減七。減數反大於原數。不能減。則於百位紀一點。借出一百入十位。作一百二十石。減七十石。存五十石。於十位紀五。次查百位係六。減三。

	支	原	存
千		一	一
百	三	六	二
十	七	二	五
石	五	五	○

因記點借去一。則爲六減四。存二。於百位紀二。再看千位一。無減。仍存一。於千位紀一。合之得尙存一千二百五十石也。

九減試法 五 原米九減餘五。支出與尙存合之。九減亦餘五。知不差。

㊁如庫銀五萬兩。支放三萬二千五百四十六兩三錢。問存若干。 曰。一萬七千四百五十三兩七錢。

此因千百十兩錢位盡空。連借上位之一。爲下位之十。乃能減也。凡遇此等接連記點者。原數各空位皆作十看。支數併記點合看。如六兩併記點則爲七。減七存三是也。

畸零減法

㊀如田一百畝被水冲去四十二畝一百八十一步。問尙存若干。 曰五十七畝。〇五十九步。

二百四十步爲一畝。

先於畝位記點。借出一畝。入下作二百四十步。減去一百八十一步。尙存五十九步。於步位紀九。上一位紀五。再上一位紀〇。餘照第二條。

萬	千	百	十	兩	錢
三	二	五	四	六	三
五	〇	〇	〇	〇	〇

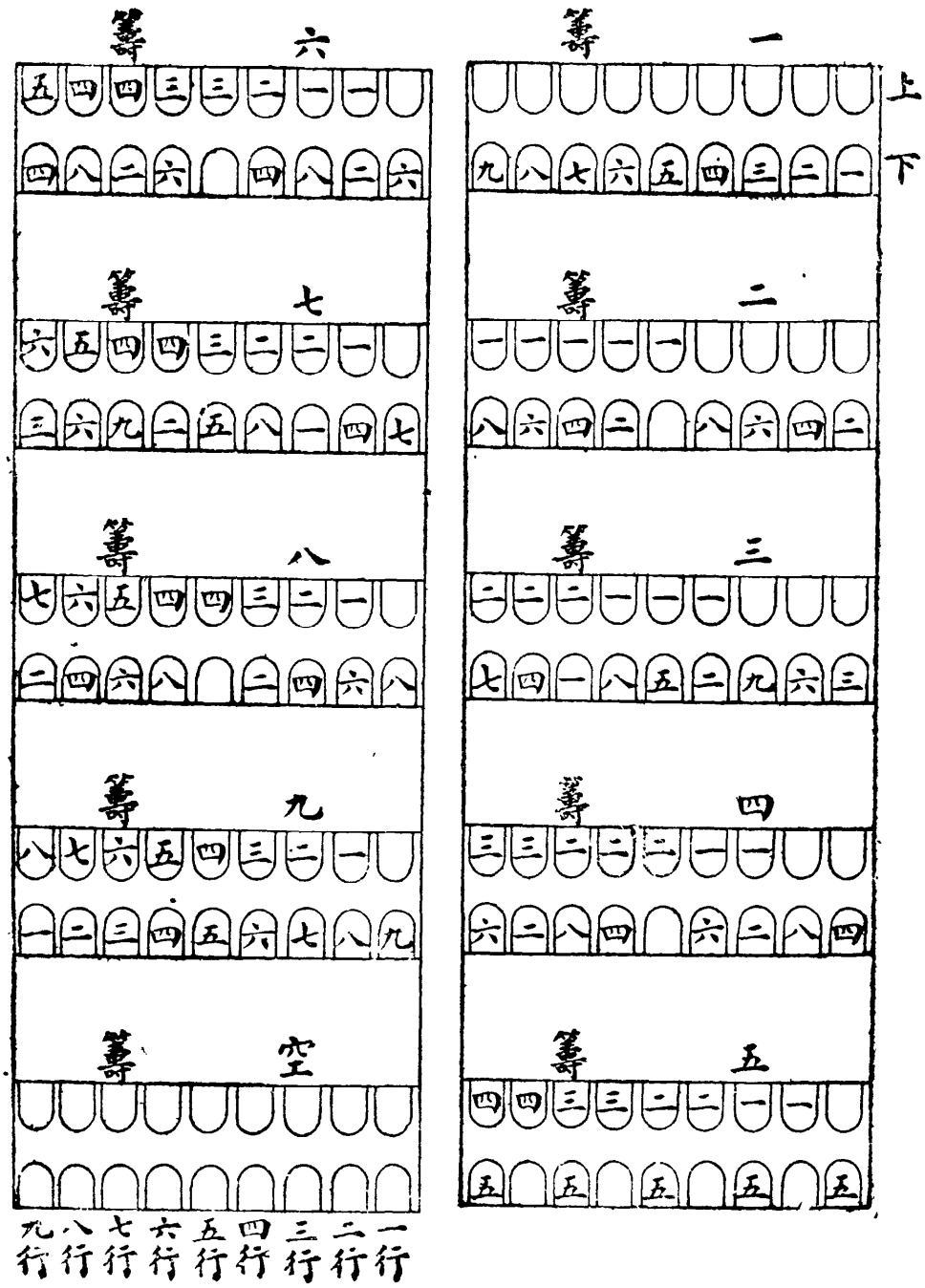
存一七四五三七

百	十	畝	百	十	步
	四、	二、	一	八	一
一	〇	〇	〇	〇	〇

存〇五七〇五九

還原不能用九減試法。可用畸零併法還原。

因乘法用籌算



此即九因也。一籌乃一因所成。二籌乃二因所成。餘可推。每籌豎分上下二位。上位十。下位單也。以圈分界。上半圈爲十。下半圈爲單。橫分九行。已於空籌下註明。籌數與其行數相因而得積也。如第六籌之六。與其第九行之九。相因得積五十四。是也。兩籌相合。則成三位。共三位也。○（）三籌相合則成四位。餘倣此。

自第一籌至第五籌。各作九根。一籌之背爲九籌。二籌之背爲八籌。三籌之背爲七籌。四籌之背爲六籌。五籌之背爲空籌。共作四十五根。每根長二寸。闊三分。厚一分。分九層。每層五根。再作平方籌一根。闊六分。立方籌一根。闊九分。其長與厚並同前。合爲一層。共算十層。計長二寸。闊一寸五分。厚一寸。照度作一小木匣盛之。平方立方二籌式。見開平方法開立方法中。

㊀如有兵三千五百六十名。每名賞銀八兩零六分四釐。問共若干。　曰二萬八千七百零七兩八錢四分。

先分法實。以兵數三五六爲實。書格眼粉板上。以銀數八〇六四爲法。照數取八空六四共四籌。疊放案上。合成五位。次查實末係六字。即將籌第六行積四八三八四。

總二八七〇七八四

實			
三			二
五		四	四
六	四	〇	一
〇	八	三	九
兩	三	二	二
	八	〇	
	四		

四籌合放式

七	六	五	四	四	三	二	一	
二	四	六	八		二	四	六	八
五	四	四	三	三	二	一	一	
四	八	二	六		四	八	二	六
三	三	二	二	二	一	一		
六	二	八	四		六	二	八	四

八空六四

錄於實右。錄法。籌積首位。不論是字是圈。務與實對列。故以籌積首位之四。與實六字對列也。後倣此。再查實第二位係五字。即將籌第五行積四〇三二〇。錄之如式。再查實首位係三字。即將籌積第三行二四一九二。錄之如式。乃用併法。將籌積併得二八七零七八四。以定位法定之。得二萬八千七百零七兩八錢四分。

定位法。於實單位（實末之〇單位也。因實止於十。無單位。故以圈代之。）下一格。書兩字。蓋單位之下乃法首。此法首八係兩。故書兩字也。（每人賞八兩。以珠算推之。一八如八。故一人之下位乃兩也。）而兩字與併總之七相對。則七乃七兩。逆上四位。非萬而何。訣曰。乘始實尾。逆上勿忘。視實某數。錄籌某行。行積之首。或圈或字。均與實對。並列勿異。錄訖併之。定位名之。單實下位。法首無疑。

還原本用歸除。亦可用九減試法。作一×。以原實九減餘五。紀×上。以法數九減餘九。紀×下。上五下九相乘得四五。九減之。仍餘九。紀×左。然後以併得之數。九減之。亦餘九。紀×右。左右相同。知不差。

歸除法（用籌算〇有二種看問意分）

㈠今有耆民四百零三人。共給肉帛銀八百二十四兩一錢三分五釐。問每人給若干。

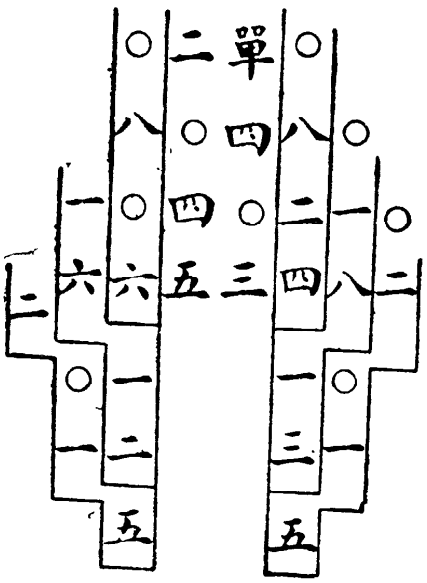
曰二兩零四分五釐。（此問乃兩總求散。實與得數同類。爲一種。）

先分法實。（分法詳下條。）以銀數爲實。書於格眼粉版上。以人爲法。取四空三共三籌。疊放案上。成四位。即截實四位爲一商。（商酌每人應分若干也。）查係小法。（法數小於實數也。在珠算可逢進。）則實首當加一〇。（以爲逢進之地也。）亦算一位。而截〇八二四。共四位爲初商實。（若係大法。則實首不用加〇。以珠算例之。不能逢進也。）用曲線界定。次查籌積無

與截實合者。惟第二行係〇八〇六。略少於實。錄之。與實〇八二四。平頭並脚對列。亦作曲線界定。相減。餘一八一三五。爲次商實。卽將籌之行數二。書爲初商。書法務與實首不論是〇是字。平頭並列。是爲初商得二。

次商查係大法。實首不用加〇。截一八一三共四位。爲次商實。查籌第四行。積一六一二。略少於餘實。錄之。與實一八一三。平頭並脚對列。各用曲線界定。對減。餘二〇一五。爲三商實。卽將籌之行數四。書爲次商。三商截二〇一五共四位爲實。與籌第五行積。相較恰合。對減適盡。卽將籌之行數五。書爲三商。合之。共商得二〇四五。以定位法。知爲二兩零四分五釐。定位法。錄原實時。卽於實旁錄法。須同等並列。如此條法首是百，則與實之百位並列。是同等也。於法首上一位記一單字。或作一△代之。查初商之二。正值單字。知爲兩也。

實法商減



訣曰。除先實首。挨次下訖。紀實截位。數籌加一。如四籌則加一爲五位。六籌則加一爲七位也。若是小法。實首加圈。亦算一位。大法不然。位若不足。補圈實尾。以〇補足其位。截位既畢。與籌較比。某行之積。與截實符。或略小者。錄而減諸籌積截實。位數既合。並脚平頭。對列勿錯。並用曲線。對界相當。取其行數。書爲初商。書亦平頭。三者並列。與實數減數並列也。餘實續商。法同無別。法實同等。錄法實旁。法首得零。零卽單也。定位可詳。

還原本用乘亦可用九減試法作一×以法數九減紀餘×左此法數四〇三合之得七・不及減・卽紀之・以商得數九減紀餘×右此商得二〇四五・九減・餘二・紀之・左右相乘得數九減紀餘×上此左七右二相乘得一四・併得五・不及減・卽紀五×上・末以原實九減紀餘×下上下相同不差此原實・九減餘五・一法併所減籌積各數與原實合卽不差遇歸除不盡者則以不盡餘實同減數併之仍與原實合

㊁如問云米每石價一兩六錢今有銀五十兩問買米若干　曰三十一石二斗五升此問乃一散一總求總・實與得數異類爲一種・

算法照前

分法實法如前一種兩總求一散者以與散同類之總爲實如後一種一散一總求總者以散爲法

命分法如歸除不盡則用此法命之

㊀如一百四十七人分銀二百一十兩每人得銀一兩仍餘六十三兩不盡則以法一百四十七人爲分母不盡六十三兩爲分子命之曰每人得銀一兩又一百四十七分兩之六十三分何則一百四十七人分銀一兩而每人得一分則分六十三兩而每人得六十三分可知矣故曰一百四十七分兩之六十三分也

訣曰歸除不盡如何紀命分之法當知矣法爲分母餘實子子得母數幾分幾

約分法卽上命分法之簡約者

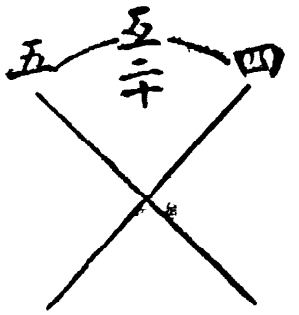
㊀如上條。既命之爲一百四十七分兩之六十三矣。今欲改爲相當之小數以命之。其法如何。曰。法置分母一百四十七。以分子六十三。減兩次。餘二十一。又置分子六十三。轉減兩箇二十一。亦餘二十一。則子母齊同。卽以相同之二十一爲法。歸除母一百四十七得七。是七個二十一也。又以二十一歸除子六十三。得三。是三個二十一也。可約之爲七分之三。改命之曰。每人得銀一兩。又七分兩之三也。

訣曰。約法須分子母名。互相減損至同停。以除子母同爲法。小數能將大數更。

通分併法

㊀如有絲一斤。又五分斤之三。卽九兩六錢。又五分斤之四。卽十二兩八錢。問併得若干。曰二斤。又五分斤之二。卽六兩四錢。此兩分母相同者。皆爲五也。但徑併其子。之四之三。得七。爲五分斤之七。子反大於母。子七母五也。截收母數五爲一斤。名收零爲整法。與一斤相併。得二斤。餘二。故命之曰二斤又五分斤之二。若分母不同。而可改使同者。則改之。如有物六分斤之三。卽八兩。又有四分斤之一。卽四兩。則將六之三。改作四之二。使兩母相同。乃如上法併之。

㊁如有米四分石之三。卽七斗五升。又五分石之四。卽八斗。問併得若干。曰。一石又二十分石之十一分。卽五斗五升。此兩分母不同者。不可改使同。則須互乘以求其同。法以兩



之三　五乘得十五

之四　五乘得十六

母五四相乘得二十爲總母。以分母四互乘分子四。得十六。變五之四爲二十之十六。又以分母五互乘分子三。得十五。變四之三爲二十之十五。兩母既同爲二十。遂併兩分子十六十五。得三十一，爲二十分石之三十一分。子反大於母。依收零爲整法。滿母二十收爲一石。餘十一分。命之爲一石又二十分石之十一分也。

㊂如甲米六分石之四。（卽六斗六升六六不盡。）加乙米三分石之一。（卽三斗三升三三不盡。合甲共一石。）又加丙米五分石之二。（卽四斗。）問併得若干。　曰一石又五分石之二。　此三宗者。照上第二條法先併甲乙二宗得數。乃重列。與丙相併。或用維乘法。以分母六三五互乘得九十。爲總母。以甲分母六除總母九十。得十五。爲乙分母三乘丙分母五之數。（母三乘母五得十五。又以母六乘之得九十。乘以除還原。故以母六除之。）以乘甲子四得六十。（以母三乘母五。乃乘子四。卽如以母三互子四。復以母五互之也。）乃變甲原數六之四爲九十之六十也。　又以乙分母三除總母九十。得三十。爲甲分母六乘丙分母五之數。以乘乙子一得三十。乃變乙原數三之一。爲九十之三十也。　又以丙分母五除總母九十。得十八。爲甲分母六乘乙分母三之數，以乘丙子二。得三十六。乃變丙原數五之二。爲九十之三十六也。乃併三數。得一石又九十分石之三十六。與一石又五分石之二同。　四宗以下倣此。

㊃若大分帶小分。而兩母俱同者。如法併之。自小分起。滿小母數。進爲大分。滿大母數。進爲整。如甲田二十九畝七十步。（積二百四十步爲一畝。今止得七十步也。）十二尺。（積二十五尺爲一步。今止得十二尺也。）乙田一百七十步十五尺。問併得若干。

曰三十畝一步二尺。法曰。步爲大分。其母二四。尺爲小分。其母二五。兩數所同也。若將問語。改云甲田二十九畝。又二百四十分畝之七十。又二十五分步之十二。乙田二百四十分畝之一百七十分。又二十五分步之十五分。則甲乙大小兩母之同見矣。先併小分得二十七尺。以滿二十五尺進爲一步。仍帶二尺。次併大分得二百四十步。加進一步。共二百四十一步。以滿二百四十步進爲一畝仍帶一步。共計併得三十畝一步二尺也。

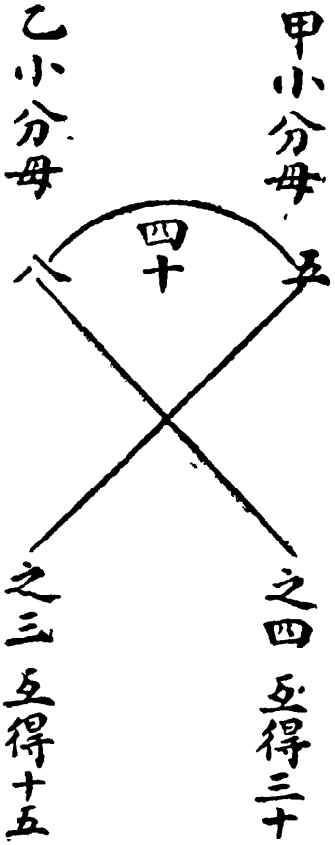
㊄若大分母同。而小分母不同者。用互乘法使之同。如甲米十分石之四。即四斗。又五分斗之四。即八升。乙米十分石之八。即八斗。又八分斗之三。即三升七合半。問併得若干。曰一石又十分石之三。又四十分斗之七。法用互乘。先同其小分之母。

小分既同母四十。乃重列而併之。

甲十分之四又四十分斗之三十二。

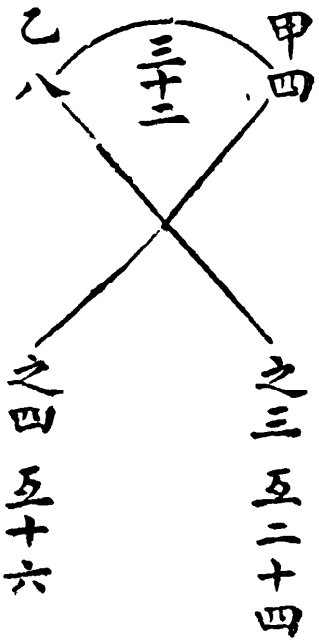
乙十分之八又四十分斗之一十五。

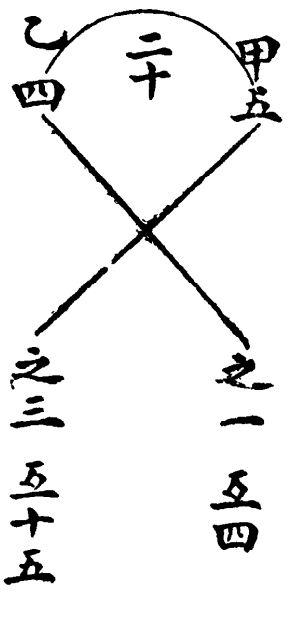
併小分三十二一十五。共四十七。滿四十收進大分一。餘七。又併大分八四得十二。加進一共十三。滿十收進一石。餘三。共計併得一石又十分石之三。又四十分斗之七也。



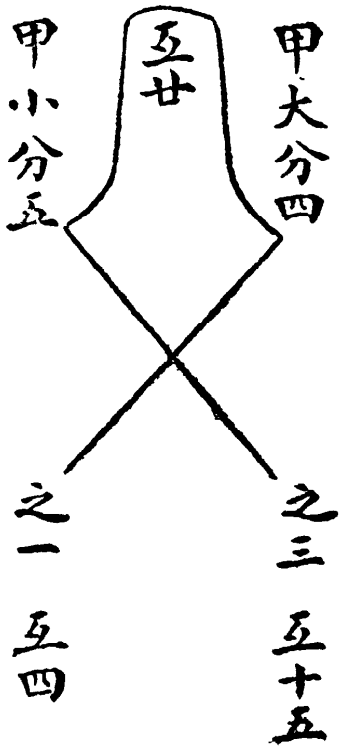
㊅若大小分母俱不同。即各用互乘以同之。如甲田二畝。又四分畝之三。即七分五釐。又五分分之一。即二釐。乙

田一畝。又八分畝之四。即五分。又四分分之三。即七釐五毫。問併得若干。曰。四畝。又三十二分畝之八分。即二分五釐。又二十分分之十九分。即九釐五毫。法用互乘。先同其大分之母。併得三十二之四十。如法收一畝。餘八分。再用互乘。同其小分之母。併得二十之十九。於是合而併之。爲四畝。又三十二分畝之八分。又二十分之十九分也。





一法以甲大小分母。相互而併之。併之爲二十分畝之十五分四釐。小分之子。應降一等。故爲釐數。問四之三。乃大分也。以五互之而變爲二十之十五。謂爲二十分畝之十五分可也。若五之一。則小分也。以四互之。而變爲二十之四。不謂之二十分分之四而統謂之二十分畝之十五分四釐何也。曰。畝可統



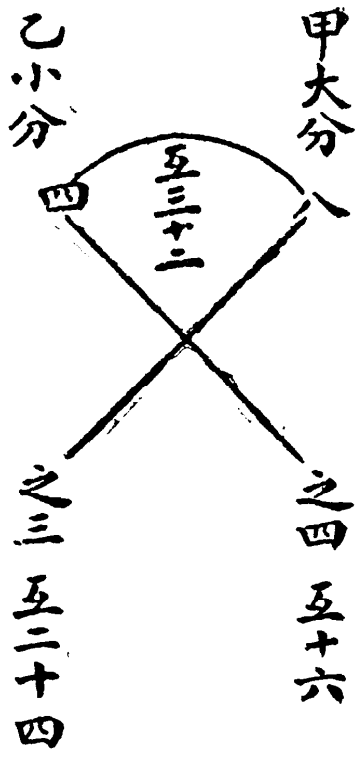
分也，故可析而言之曰二十分畝之十五分。又二十分分之四分。亦可合言之曰。二十分畝之十五分四釐也。以數核之則見矣。試置一畝爲實。以二十分爲法除之。得每分五釐。以十五分乘五釐。得七分五釐。又以四釐乘五釐。得二釐。合之共得七分七釐。與原數符。知不謬也。又以乙大小分母互而併之。

併得三十二分畝之十八分四釐（小分之子。應降一等。故爲二分四釐。）

於是合而併之。

併得六百四十分畝之八百六十分零八釐。

收六百四十分爲一畝。合原三畝共四畝。餘二百二十分零八釐。命曰四畝又六百四十分畝之二百二十分零八釐。



訣曰。通分併法。母同併子。不同同之。改互可矣。子大於母。照母截收。進零爲整。餘數存留三宗已上。法用截併。先併兩宗。其餘再定。大分帶小。兩母必同。不同同之。互乘可從。併截倣前。勿離其

宗。減法視此。神明變通。

通分減法

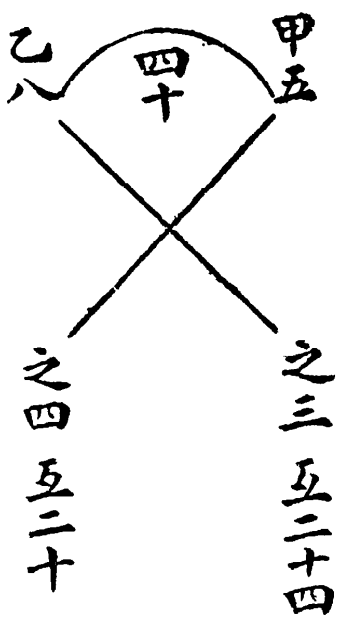
㊀如有紬一匹又五分匹之二。用過五分匹之三。問存若干。　曰五分匹之四。　此分母同者。法以之三減之二。不足。用化整爲零法。將原數一匹。通作五分併入之二。共成五之七。內減五之三。尙存五之四也。　若分母不同。可改使同者改之。已詳上併法。

㊁又如甲銀一兩又五分兩之三。乙銀八分兩之四。問乙少若干。

曰乙少甲一兩又四十分兩之四分。法用互乘。

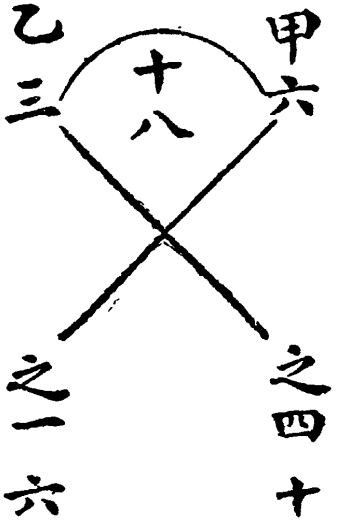
相減餘四。命之曰乙少甲四十分之四。併入一兩。共少一兩又四十分兩之四也。

㊀如有米一石又九十分石之三十六分。甲得六分石之四。乙得三分石之一。問所餘丙數若干。　曰丙得十分石之四。此三宗者。照上第二條互乘之。



相併收得一石。於總米減一石。餘九十分石之三十六。約之爲十分石之四。丙所得也。　按此條。梅定九答云，丙得五之二。法以九十分爲總母。意以原米爲甲乙丙三人共總之數。則九十分必三母維乘

所得也。於是倣併法第三條維乘之法算之。雖亦未嘗不合。然不可通矣。何則。九十分石之三十六分。卽十分石之四分又卽五分石之二分也。設問者。改九十分石之三十六分。爲十分石之四分。或改爲五分石之二分。則亦將以之爲總母乎。不可通矣。故正之。四宗已上倣此。



㊃若大分帶小分。而兩母並同者。可徑對減。如原有田二十九畝七十步十二尺。今減水沖去一百七十步十五尺。問存若干。　曰二十八畝一百三十九步二十二尺。　此兩分母相同者也。大分母並二百四十步。小分母並二十五尺。　先以小分相減。不能於十二減十五。用化整爲零法。將上一步化作二十五尺。併入十二尺。共三十七尺。減去十五尺。餘二十二尺。次以大分相減。查原田七十步。除取一步化尺外。實存六十九步。不能減一百七十步。又將上一畝化爲二百四十步。併入六十九步。共三百零九步。減去一百七十步。餘一百三十九步。又查原田二十九畝。除將一畝化步外。實存二十八畝。合計存二十八畝。一百三十九步。二十二尺也。

㊄若大分母同。而小分母不同者。用互乘以同之。乃對減如法。

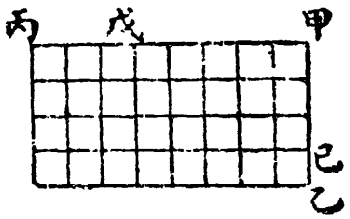
㊅若大小分母俱不同者。卽各用互乘以同之。乃對減如法。　訣具前併法中。

通分乘法

㊀如有田三十六畝六分。每畝徵銀三分錢之二分。即六分六釐六六不盡。問該銀若干。　曰二兩四錢四分法以田數乘銀子二分。得七十三分二釐。以分母三除之。一畝得二分。則三十六畝共得七十三分二釐矣。而滿母三收一錢。故以三除之也。得二兩四錢四分。此零分乘整數之法。

㊁又如有米八分石之五。即六斗二升五合。每斗價銀四分錢之三。即七分半。問共價若干。　曰四錢六分八釐七毫五絲。　法以兩子之五之三相乘。得一兩五錢爲子。而以兩母八與四相乘得三十二爲母。母除子合問。蓋借之五當五石。乃八倍其米也。借之三當三錢。乃四倍其價也。當以八除一次。以四除一次。故以八因四得三十二除之。義詳併法。或不用除。即命之曰三十二分兩之十五分。以圖明之。

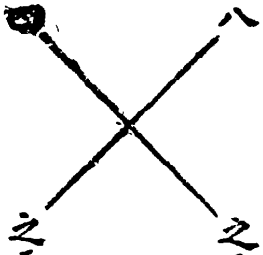
甲乙四分也。甲己四分之三也。甲丙八分也。甲戊八分之五也。以甲乙四。乘甲丙八。得三十二。即共母數。以甲己三。乘甲戊五。得十五。即共子數。則十五。非三十二分中之十五乎。



一法以互乘除代乘。

命之曰。八分兩之三分七釐五毫。

解曰。以八乘四得三十二者正法也。此則約正法爲四之一而用之。如以四除三十二而用八



以八　互除三得三七五爲子

以五　互除四得八爲母

也。何則。三十二者。八乘四之所得也。以乘得者以除還原。則以八除三十二。必仍得四可知。是四雖未嘗與八乘。卽無異乘而復除以還原也。則此四。當作以八除三十二得之可也。而以五除此四。卽又無異以八除三十二一次。又以五除一次也。凡兩次除者。依併除法。可併爲一次除。卽無異以八乘五得四十爲法。以除三十二也。故曰。如以四除三十二而用其八也。以五乘三得十五正法也。此亦約正法爲四之一而用之。如以四除十五。而用其三七五也。何則。十五者。五乘三所得也。若以五除十五。則還原得三。是三固無異五除十五之還原也。而以八除此三。又無異以五除十五一次。復以八除一次也。卽無異以八乘五得四。以除十五也。故曰以四除十五。而用其三七五也。此零分乘零分之法。此無異以八乘五得四十爲法。以除分母三十二得八。以除分子十五得三七五。子母均約爲四分之一也。

㊀如有田直二丈又四分丈之一。卽二丈二尺五寸。與橫八丈相乘。問得積若干。　曰積一十八丈。積冪積也。　法以整數二丈。用分母四通爲八分。加入分子一。共九分。與八丈相乘。得七十二分爲實。以分母四爲法除之。得積一十八丈。合問。　或以八丈。亦用分母四通爲三十二分。與九分相乘。得二百八十八分爲實。以分母四自乘得十六爲法除之。亦得積十八丈。蓋橫一丈乘直一丈。得冪積一丈者。眞數也。今通橫一丈爲四分。通直一丈爲四分。是橫一乘直一。得積一者變爲橫四乘直四。得積十六矣。是浮數也。故以四自乘得十六收之。乃得眞數也。此整數謂二丈。帶零分。與整數相乘之法也。滿四分則進一丈也。

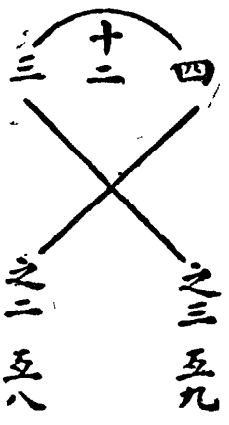
㊃如有田直二丈又五分丈之四。即二丈八尺。與橫五分丈之三。即六尺。相乘問積若干。曰一丈六十八尺。法以整二丈用分母五。通爲十分加入分子四。得十四分。乃與之三相乘。得四十二爲實。以分母五自乘。因兩母相同故自乘。得二十五爲法除之。即得一丈六十八尺。蓋通一丈爲五分。則橫一乘直一得積一者。變爲橫五乘直五。得積二十五矣。故以五自乘爲法收之。此整數帶零分與零分相乘。而兩分母同者。

㊄如有田闊二丈。又四分丈之三。即二丈七尺五寸。長三丈。又三分丈之二。即三丈六尺六六不盡。求積。曰積十丈零八尺。又一百四十四分尺之四十八分。

法用互乘

得共母十二之九八

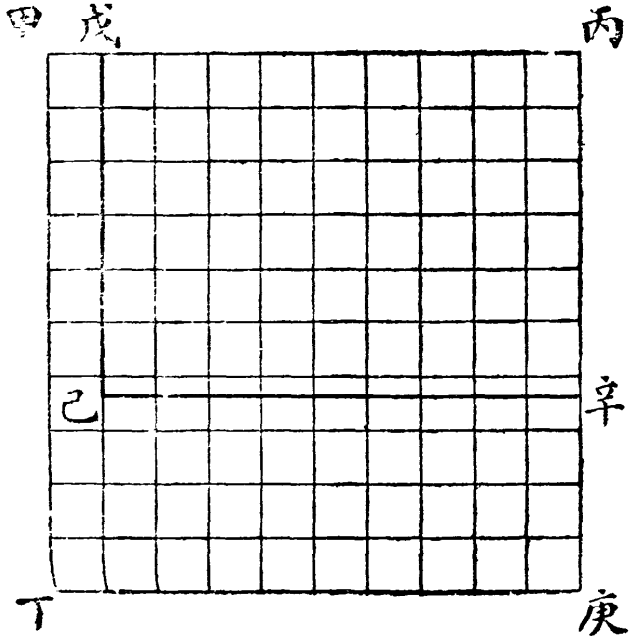
以共母十二通闊二丈爲二十四分。加入分子九。共三十三分。又通長三丈爲三十六分。加入分子八。共四十四分。相乘得一千四百五十二分。乃以共母十二自乘得一百四十四分。除之。得一〇〇八。餘四八。不盡即定爲十丈〇〇八尺。空二位。當云八寸。而曰八尺何也。以方一尺爲言也。云八寸者。長一丈。闊八寸也。云八尺者。長一尺。闊一尺者。八也。二者均積八百寸。無異也。又一百四十四分尺之四十八分。可約之爲三分尺之一。此整數帶零分乘整數帶零分。而兩分母不同者之法也。



㊅如有田直五分丈之三。即六尺。又帶小分四分之一。小分謂二尺。何則。以一丈剖爲五分。每分二尺也。小分四分之一。是將二尺又剖爲四分。而得一分。即五寸也。與併

注第六條・所謂小分不同・勿誤看・合之爲六尺五寸・ 與橫五分丈之四・卽八尺・ 又帶小分四分之二・卽一尺・合之共九尺・ 相乘問積・ 曰・積五十八尺・五十八個方一尺也・ 五十寸・五十個方一寸也・ 法以直小分母四通大分母五得二十・化一大分作四小分也・一大分化四小分・則五大分化二十小分矣・ 又通大分子之三得十二・亦一大分化四小分合三大分化十二小分也 再加入小分子一・得十三・共得二十分之十三・爲直大小分所變之數・ 又以橫小分母四通大分母五・得二十・又通大分子四得十六・再加入小分子二・得十八・共得二十分之十八・爲橫大小分所變之數・然後以甲所變之分母二十・乘乙所變之分母二十・得四百分爲母・又以甲之分子十三・與乙所變之分子十八相乘・得二百三十四分・爲子・以母四百除子・二百三十四分・得五十八尺五十寸也・或不除而卽命之爲四百分丈之二百三十四分亦可・以圖稽之・

丙庚直一丈也・取五分之三・又帶小分四之一・爲丙辛・六尺五寸・丙甲橫一丈也・取五之四・又帶小分四之二・爲丙戊九尺・ 相乘得積五十八尺五十寸・ 此乃直丙庚橫丙甲各一丈・相乘積一百尺中之五十八尺五十寸也・眞數也・若子母皆通爲四・則母一百尺化爲四百尺・子五十八尺五十寸・化爲二百三十四矣・命之曰四百分丈之二百三十四分・不亦宜乎・



自此以下四條。皆大分帶小分者。此則大小分母相同者也。

㊐如有田長四分丈之三。七尺五寸。又帶小分八之二。六寸二分半。與闊五分丈之四。八尺又帶小分六之三。一尺相乘。問積曰。積七十三尺一十二寸半。法以長小分母八。通大分母四。得三十二。又通大分子三。得二十四。再加小分子二。共得二十六。爲三十二分之二十六。又以闊小分母六。通大分母五。得三十。又通大分子四。得二十四。再加入小分子三。共得二十七。爲三十分之二十七。乃以甲所通之分母三十二。乘乙所通之分母三十。得九百六十分爲母。又以甲所通之分子二十六。乘乙所通之分子二十七。得七百〇二分爲子。卽可命之爲九百六十分丈之七百〇二分。若欲求眞數。以母除子。便見七十三尺一十二寸半也。此大小分母俱不同者也。

㊇如長八分丈之三。三尺七寸半。又帶小分四之一。卽三寸一分二釐半。與闊八分丈之四。五尺又帶小分六之五。一尺〇四分。一六六不盡。相乘問積曰。一千五百三十六分丈之三百七十七分。

法倣上條。此大分母同。而小分母異者也。

㊈如長六分丈之四又帶小分五之一。與闊九分丈之七。又帶小分五之二。相乘問積。曰一千三百五十分丈之七百七十七。法倣上條。此大分母不同。而小分母同者也。

通分除法

㊀如每畝納銀五分錢之二。即四分。共納過銀二兩四錢四分。問畝數。曰六十一畝。分甲乙二法。甲法以分母五除分子二。得實銀四分。爲法。以除納過銀數。得所求。乙法。以母分五。通納過銀數。得一百二十二分。一錢化爲五分。則二兩四錢四分。化爲一百二十二分矣。乃以銀子二除之。逢二分則收一畝也。得所求。此零分除整數法。

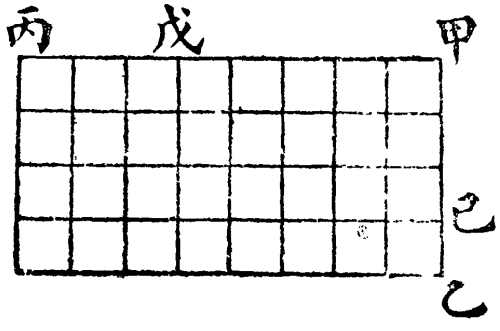
㊁如每畝納銀一錢。今納過五分兩之四。即八錢。問畝數。曰八畝。甲法。以分母五除子四。得八錢。爲實。乃以一錢爲法除之。乙法。以分母五通一錢。作五釐。一兩化作五分。則一錢化爲五釐矣。以除分子四。得八錢。分子之四。乃四分也。乃八個五釐。每五釐爲一錢。則八五釐即八錢矣。即八畝也。此整數除零分法。

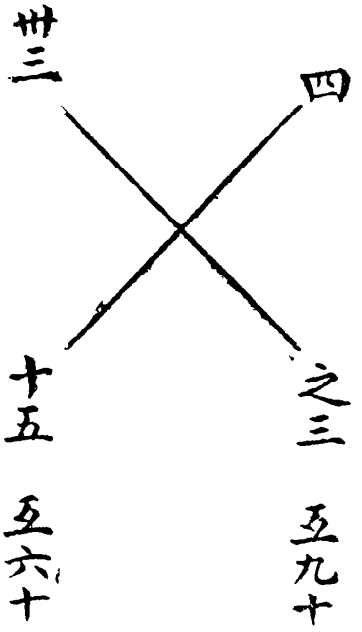
㊂如米每斗價銀四分錢之三。即七分半。今有銀三十二分兩之十五分。即四錢六分八釐七毫五絲。問買得米若干。曰六斗二升五合。甲法以母四除子三。得七分五釐爲法。又以母三十二除子十五。得四錢六分八釐七毫五絲爲實。法除實得所求。乙法。以分母三十二除子十五。得四錢六分八釐七毫五絲。以分母四通之。而以分子三除之。得所求。按甲法一法一實也。一個七分五釐。除一個四錢六分八釐七毫五絲也。相當者也。若以分子三除四錢六分八釐七毫五絲。是四法而一實。分子之三。若經母四除之。而得七五。則爲一個七分五釐。若未經母四所除而仍爲三。則是四個七分五釐也。以除一個四錢六分八釐七毫五絲。豈非四法一實乎。不相當矣。故以分母四通之。以分子三除之。丙法。以子三除子十五。得五。又以母四除母三十二。得八。命之曰八分石之五。以乘法對看便見。爲圖明之。

甲乙分母四也。甲己分子三也。甲丙分母八也。甲戊分子五也。以甲乙四乘甲丙八。得丙乙方積

三十二。以甲乙四除之。得甲丙八還原。○以甲己三乘甲戊五。得戊己方積十五。以甲己三除之。得甲戊五還原。故曰與乘對看便見。

捷法用互乘代除。以實分母三十二。互乘法子三。得九十六爲母。又以法分母四。互乘實子十五。得六十爲子。命之曰九十六分之六十分。即八分之五也。蓋九十六之比六十。與八之比五。其比例等。前法以法除實。其得數爲減分之比例。以法除實。是析總爲散。剖大作小。故爲減分。此法用互乘。其得數爲加分之比例。似異而實同也。試以兩分母四與三十二相乘。得一百二十八。而後以母四互子十五得六十。以母三十二互子三得九十六。是將四之三變爲一百二十八之九十六。將三十二之十五變爲一百二十八之六十。其兩分母既等。則可除去不算。獨以其子命之。可無疑矣。因省兩母互乘。故難曉耳。其實九十六與六十之比。即同於八與五之比。試以八約九十六。便見是十二箇八。又以五約六十。便見是十二箇五也。





又解見通分乘法第二條。○按己上共四法。似異而實同者也。蓋

甲法以七分五釐。除四錢六分八七五。猶之以七十五人分四錢六分八七五。而見一人所得爲六二五也。而丙法八之五。亦以八分五。而見一人所得爲六二五。捷法九十六之六十。亦以九十六分六十。見一人所得爲六二五。然則九十六之比六十。猶一之比六二五，亦可云九十六之比一。猶六十之比六二五。下文倣此。說詳下篇四率中。八之比五。與七五之比四六八七五。並猶一之比六二五也。然則九十六之比六十。猶八之比五。及七五之比四六八七五也。至乙法之同甲法。前已論之矣。○此零分除零分法也。

㊃如有田積十八丈。十八個方一丈也。以直二丈又四分丈之一。即二丈二尺五。除之。問橫若干。曰八丈。

法以分母四。通十八丈。得七十二分。一丈化爲四分。十八丈共化爲七十二分也。爲實。又通二丈爲八分。加分子一。共九分。爲法除之。此整帶零除整法也。

㊄如積八丈又五分丈之二。即八丈四。以橫二丈四尺除之。問直。曰三丈五尺。

法以分母五。通八丈。得四十分。加入分子二。共四十二爲實。又以分母五通二丈四尺。得一十二分。爲法除之。此無異以二十四除實。而再以五收之。蓋五進一也。此整除整帶零法也。

㊅如有積五分丈之四。即八十尺。以三丈又八分丈之一。即三丈一尺二寸半。除之。問得若干。曰二尺五寸六分。

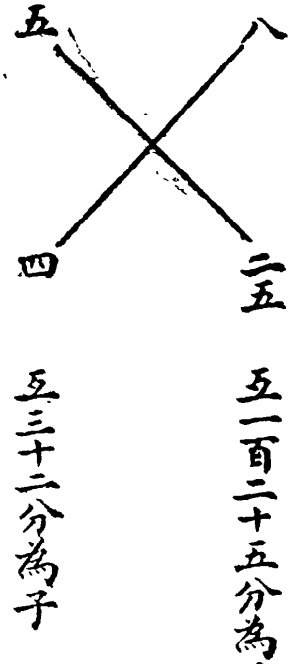
法以五分丈之四爲實。以法之分母八。通三丈。得二十四分。加入子一。得二十五分。是爲八分丈之二十五分。爲法。乃依上第二條。子除子。母除母之法。以法母八除實母五。得六二五爲母。以法子二五除

實子四。得一六爲子。乃以母除子。得二尺五寸六分。此整數帶零分。除零分之法也。若法除實。而數或不盡。則亦照第三條。用互乘代除之法。

母除子。亦得二尺五寸六分。　倣上第三條論之。

㊐如有積四丈又三分丈之二。以七分丈之四除之。問除得若干。　曰八丈又六分丈之一。

法以實分母三。通四丈。得十二。加入分子二。得十四。共得三分丈之十四爲實。以七分丈之四爲法。用互乘代除之法。



母除子得八丈。餘二不盡。命爲十二分丈之二。約之爲六分丈之一。

此零除整帶零法也。

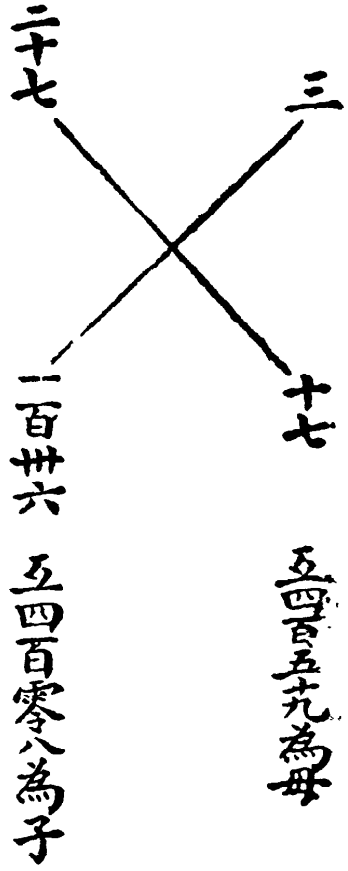
㊇如有田五畝又三分畝之二。共租銀五兩又二十七分兩之一。問每畝租銀若干。　曰八錢八分八釐。又四百五十九分釐之四百零八分。

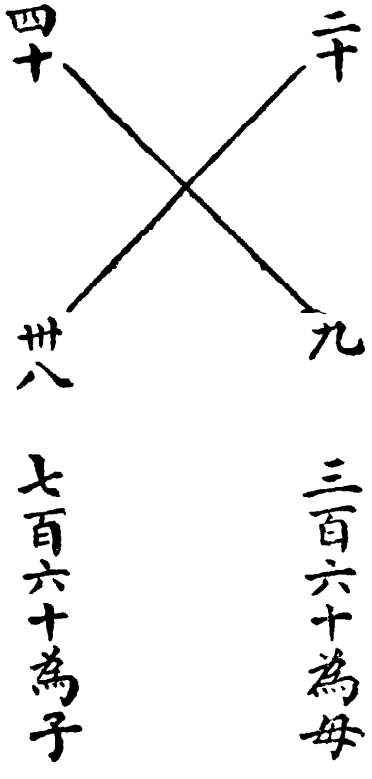
法以銀分母二十七。通五兩。得一百三十五。加入分子一。得一百三十六。共得二十七分兩之一百三

十六爲實。又以田分母三。通五畝。得十五。加入分子二。得十七。共得三分畝之十七爲法。用互乘代除之法。母除子得八錢八分八釐又四百五十九分釐之四百零八。

㊈ 如有積八分丈之七。又帶小分五之三。小分五之三者。將一丈分爲八分。每分得一尺二寸五分。又將此一尺二寸五分。分爲五分。而得其三分也。以橫五分丈之二。又帶小分四之一除之。問直若干。曰二丈一尺一寸一分一釐又三百六十分釐之四十。約爲九分釐之一。

法以積小分母五。通大分母八。得四十。又通大分子七得三十五。加入小分子三。得三十八。共得四十八分丈之三十八。爲田積大小分所變之數爲實。又以橫小分母四。通大分母五。得二十。又通大分子二得八。加入小分子一。得九。共得二十分丈之九。爲橫大小分所變之數。爲法。乃得互乘代除法。母除子得數。此大零分下帶小零分。而兩母兩子不





同者之法也。其兩母兩子俱同。及母同子異。子同母異者皆同此例。

乘除並用

凡數有乘除各一次者。不論理當先乘後除。與理當先除後乘。概用先乘後除爲便。以得數無異。慮先除數或不盡。難以用乘也。如四人分銀八兩。問三人若干。法當先以四人除八兩。得每人二兩。而後以三人乘之。見得六兩。今卻先以三人乘八兩。得二十四兩。而後以四人除之。得實數六兩。所得數異也。然其理安在。曰八兩者四人所得也。以三人乘之。得二十四兩。是一人而得四人所得。乃浮數也。故以四約之。而見實數。此卽通分乘法第一條之理也。

四率比例

凡乘除並用則有四率相爲比例。則有正比例。轉比例之分。如左。

正比例古名異乘同除。

○如原有米二十石。共價三十兩。今有米四十石。問價若干。　曰六十兩。

法將問語拆列四率如左。

一率　原米二十石爲法

二率　原價三十兩　相乘爲實

三率　今米四十石

四率　求得今價六十兩

列法以原物爲一率。原價爲二率。今物爲三率。二率與三率相承。恆爲實。首率恆爲法除。得今價爲四率。所謂四率也。古謂之異乘同除者。以三率今乘次率原。今與原異故曰異乘。以首率原除次率原。原與原同。故曰同除也。何謂比例。蓋以原米二十比原價三十。一比一五。若今米四十與今價六十也。亦一比一五也。○凡言以者爲一率。言比者爲二率。言若者爲三率。言與者爲四率。謂之同理比例。又曰相當比例。又二率三率之位可互易。則爲以原米二十比今米四十。一比二。若原價三十與今價六十也。亦一比二。此法名爲遞轉比例。

轉比例

○如有地闊二十丈。長八十丈。今有地闊四十丈。與之相換。問該長若干。曰四十丈。

一率　今闊四十丈　爲法

二率　原闊二十丈

三率　原長八十丈　相乘爲實

四率　今長四十丈

列法照式。法爲以今闊比原闊。若原長比今長也。

此與正比例異。蓋彼先定首次兩率。以爲三四兩率之比。此則先定中兩率。以爲首末二率之例也。又凡四率中二率相乘。必與首末率相乘同積。彼乃異乘而同積。中率相乘。與首末率相乘。皆爲原乘今也。此則同乘而同積也。中兩率原乘原。首末率今乘今也。故此條古名同乘異除。異除謂今除原也。此條西法謂之互視。蓋因積之相同。其數不可增損。地換地。必幕積相同乃換。

而長闊可隨形。今闊比原闊多若干。四十視二十多一倍。則原長比今長亦多若干。八十視四十亦多一倍。如相倣效。故曰互視。此於正比例爲別調。以預知爲同積。而比例乃生。故曰轉比例也。○按正比例。乃同式而實異者也。轉比例。乃同實而異式者也。如原買田廣四十丈。長八十丈。今買田廣二十丈。長四十丈。是同式而異實者也。如原田廣四十丈。長八十丈。今換田廣八十丈。長四十丈。是同實而異式也。此解最明。

合率比例

古名同乘同除。卽併乘併除也。蓋凡實須將數法相乘者。可將各法相因。併爲一法乘之。須將各法相除者。可將各法相因。併爲一法除之。如每日每人工銀五分。今有五人。僱八日。問工價若干。則以五人乘每日五分。得二錢半。又乘八日。見得二兩。是以五人爲實。以五分乘一次。又以八日乘一次也。今則以五分因八日。得四錢。以乘五人。卽得二兩。是併二次乘爲一次乘也。又如有銀一百兩。今四股分之。每股又分五分。每分若干。則以一百兩爲實。以四股爲法。除得每股二十五兩。又以每股五分。除得每分五兩。是除二次也。今則以四股因五人。共得二十人爲法。以除一百。卽得每分五兩。是併二次除爲一次也。法雖異而得數同也。而曰合率比例者何也。曰此卽合數次比例以爲一次比例也。詳如左。

㊀如原有工人八名。僱五日。共支工價銀二兩。今有工二名。僱二日。問該銀若干。　曰二錢。

法以原工八名。乘原五日。得四十工。爲首率。　以原銀二兩爲次率。　以今工二名。乘今二日。得四工。爲三率。　求得今銀二錢。爲四率。

法爲以四十工比四工。若銀二兩比二錢也。然此法乃兩比例合爲一比例耳。試作兩次比例列之。

一率　原工八名

二率　原銀二兩
三率　今工二名
四率　求得今銀五錢
原工八名。而得銀二兩。則今工二名。應得銀五錢。此一比例也。但以工論工者也。
又以日論之。
一　五日
二　五錢
三　二日
四　求得二錢
五日而得五錢。則二日應得二錢。此又一比例也。
試將兩比例合爲一比例。卽與前法無異矣。

原工八名	原五日	合之	原四十工八名乘五日所得
原銀二兩	原五錢可對減不用		原二兩
今工二名	今二日		今四工二名乘二日所得
今銀五錢	今二錢		今二錢

問首率三率。並兩比例相乘。而次率獨否何也。曰銀五錢。凡兩見。其數既同。則可對減省乘也。如次率之二兩。若必乘五錢。則末率之二錢。亦必乘五錢。然末率止求二錢。本數不必與五錢相乘。此省則彼亦省也。

㊁如原有鵝八隻。換鷄二十隻。又鷄三十隻。換鴨九十隻。又鴨六十隻。換羊二隻。今有羊五隻。問換鵝若干。　曰二十隻。

法以所換羊二。乘所換鴨九十。得羊一百八十隻。再乘所換鷄二十。得羊三千六百隻。爲首率。○又以原鴨六十。乘原鷄三十。得鷄二千八百隻。再乘原鵝八。得鵝一萬四千四百隻。爲次率。　又以今羊五隻爲三率。　求得四率鵝二十隻。

法爲以原羊三千六百隻。比原鵝一萬四千四百隻。若今羊五隻。比今鵝二十隻也。並一比四。　然此法乃合三比例成一比例也。

一原羊二　原鴨九十　原鷄二十

二原鴨六十　原鷄三十　原鵝八

三今羊五　今鴨一百五十實除　今鷄五十實除

四今鴨一百五十實除　今鷄五十　實除　今鵝二十

合之

原羊三千六百

原鵝一萬四千四百

今羊五

今鵝二十

解曰。鴨一百五十隻。可換鷄五十隻。亦可換羊五隻。是換鷄五十隻。與羊五隻等也。則鷄五十隻。所換之鵝二十隻。亦必爲羊所換可知矣。

㊂如原有工一百。開河四十丈。二十日工完。今有一千工。令開河八十丈。問幾日可完。曰四日。

化原一百工開四十丈。爲十萬工開四萬丈。化今一千工開八十丈。爲十萬工開八千丈。乃列四萬丈爲首率。二十日爲次率。八千丈爲三率。法爲以四萬丈比二十日。若八千丈與四日也。求得四日爲末率。然此亦合兩比例爲一比例也。

法　先　互　乘

原一百工	互十萬工	今一千工
四十	互四萬丈	八十
		互八千丈

今工一千	原四十丈	合	四萬丈
原工二十日	原二日不用		二十日
原工一百	今八十丈		八千丈
今二日	今四日		四日

四 如原有書一百篇。六人寫之。十日完。每篇三百字。今有書二百篇。八人寫之。十二日完。問每篇字若干。

曰二百四十字。

法用互乘

原一百篇 互二萬篇 × 原六人 互一千二百人 ——原十日 互一萬二千工

今二百篇 × 今八人 互八百人 ——今十二日 互九千六百工

此變原數爲二萬篇。用一萬二千工寫之。亦變今數爲二萬篇。用九千六百工寫之。篇數同而用工之多少異。則以字數多者用工多。字數少者用工少也。

於是以原一萬二千工爲一率。

原三百字爲二率。亦可以二萬篇乘三百字。得六萬字。爲次率。因問者止論每篇。故止用三百字。

今九千六百工爲三率。

求得今二百四十字爲四率。

此乃合三比例爲一比例也。

今二百篇　原六人　原十日

原三百篇　原一百五十字　原二百字

原一百篇　今八人　今十二日

原一百五十字　今二百字　今二百四十字

合之

原一萬二千工　原三百字　今九千六百工　今二百四十字

解曰。先以篇數爲比例。原一百篇。篇三百字。今勻作二百篇。則應每篇一百五十字。此轉比例也。然人數不同。故又以人數爲比例。原六人。寫二百篇。每篇一百五十字。則今八人。寫二百篇。每篇應二百字。此一正比例也。然日數又不同。故又以日數爲比例。原十日寫二百篇。每篇二百字。今十二日寫二百篇。每篇應二百四十字。又一正比例也。

㊄如原有麥一萬二千石。用車十二輛。每輛載三石。日行八十里。四十日運完。今有麥三萬石。車十六輛。每輛載四石。日行六十里。問幾日運完。　曰七十五日。

法用互乘。

於是以互得四千六百零八萬里爲首率。以原四十日爲次率。以互得八千六百四十萬里爲三率。求得七十五日爲四率。

原一萬二千　互三六　今三萬

十二車　互三十六萬輛　三石　互一百零八萬石　八十里　互八千六百四十萬里

十六車　互十九萬二千輛　四石　互七十六萬八千石　六十里　互四千六百零八萬里

此合四比例爲一比例也。第一次參數。二次車數。三次載數。四次里數。

原一萬二千石　今十六車　今四石　今六十里

原四十日　原一百日　原七十五日　原五十六日二五　原四十日

今三萬石　原十二車　原三石　原八十里　原八千六百四十萬里

今一百日　今七十五日　今五十六日二五　今七十五日　今七十五日

合之　今四千六百零八萬里

正比例帶分

㊀如人行路行過五分之二。係八十里。問總里若干。曰二百里。

一　二分

二　八十里

三　五分

四　二百里

二分而得八十里。則五分之爲二百里可知。

㈡如原米三分石之二。賣銀七分兩之五。今有米四分石之三。問該銀若干。　曰五十六分兩之四十五。

一　三分石之二

二　七分兩之五

三　四分石之三

四　五十六分兩之四十五

照通分乘法第二條。以二率分母七。乘三率分母四。得二十八爲母。又以兩分子五乘三。得十五爲子。再照通分除法內捷法算之。卽得。

轉比例帶分

㈠如原有門簾用布一丈二尺。其幅寬一尺五寸。今作一新簾。其布比原布寬七分尺之三。問應長若干。

曰九尺又三分尺之一。

法以原寬一尺五寸。用分母七通爲十分半。加入分子三。得今寬一十三分半爲一率。

一　今寬十三分半

二　原長一丈二尺

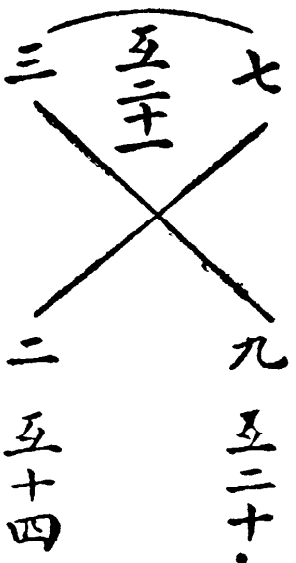
三　原寬十分零五

四　今長九尺。又一百三十五分尺之四十五。約之爲三分尺之一。

㊁如城守兵一營。其糧可支一年。又七分年之二。今汰去兵三分之一。問可支若干年月。　曰一年又七分年之六分半。

法先以年分母七。通一年爲七分。加入分子二。共九分。爲七分年之九。又以兵分子一。減分母三。餘二。爲三分兵之二。乃現存兵數。因兩分母不同。故用互乘以齊之。

化七分年之九爲二十一分年之二十七。爲原年數。又化三分兵之二爲二十一分兵之十四。爲今存兵數。於是以今存兵十四分爲一率。以原年數二十七分爲二率。以原兵二十一分爲三率。求得四率四十分半。以滿分母二十一分。收爲一年。餘十九分半。約之爲七分年之六分



半。

一　今存兵十四分

二　原年數二十七分

三　原兵二十一分

四　今年數四十分半

按分差分

㊀一曰二八差分。如甲乙二人分物。甲衰二。乙衰八。併得十分。爲法除物。得每分若干。乃以甲衰二乘之。得甲數。若以乙衰八乘之。得乙數。是也。若令甲乙丙三人分之。則甲衰二。乙衰八。丙衰三十二。何以知爲三十二。曰二之比八。若八之與三十二。皆四倍之比例也。法以二除八得四。而以八乘之。卽得。下倣此。此乃連比例四率也。併得四十二分。以除物。而後以各衰乘之。四人則丁衰爲一百二十八。以二比八。若三十二與一百二十八也。五人以上可推。皆照上連比例四率法求之。

㊁一曰四六差分。甲衰四。乙衰六。丙衰九。丁衰一十三半。法倣二八差分。

㊂一曰三七差分。甲衰三。乙衰七。若三人。則丙難以取衰。取衰例用連比例四率。以三除七不盡。則難算也。遂變甲衰爲九。三個三也。乙衰爲二十一。七個三也。丙衰爲四十九。以三除二十一。而以七乘之。卽得。蓋三比七。若二十一與四十九也。○二十一。七個三也。四十九。七個七也。○二十一。乃三乘七所得。故以三除之。而必盡。此法之所以變也。若四人。則又變甲衰爲二十七。三個九也。乙衰爲六十三。七個九也。又三個二十一也。丙衰爲一

百四十七七個二十一也。又三個四十九也。丁衰爲三百四十三。七個四十九也。

按數理精蘊算法原本二卷第十六節謂如有三五兩數。欲求相連比例三數法。以三自乘得九爲甲數。以三乘五得十五爲乙數。以五自乘得二十五爲丙數。則九之比十五。九者三個三也。十五者五個三也。若十五之比二十五。皆三與五之比例也。十五者三個五。二十五者五個五也。又或以有上項九十五二十五之三數。欲求第四數法。以三乘九得二十七。三乘十五得四十五。三乘二十五得七十五。復以五乘九得四十五。五乘十五得七十五。五乘二十五得一百二十五。所得六數內。四十五七十五皆相重。止用其一。則二十七三個九也。四十五五個九也。又三個十五也。七十五五個十五也。又三個二十五也。一百二十五。五個二十五也。之四數。亦皆三五相連比例也。凡欲求相連比例而歸除不盡者。以此法施之。

遞折差分

㊀如數人分物甲得一千分。乙六百分。丙得三百六十分。丁得二百一十六分。並以十分之六爲率。乃六折差分也。四衰相併。得二千一百七十六分。以除總物。得每分若干。而以各衰乘之。得所求數。其二折三折四八九等折。倣此。五折入下條。

加倍減半差分

㊁加倍者。甲衰一。乙衰二。丙衰四。丁衰八。並加倍也。併四衰共得十五分。以除總物。得每分若干。以各衰

乘之。得所求。

如爲商三次。每次得利。比本銀加一倍。每次買田二百兩。買三次。本利恰盡。問原本若干。　曰一百七十五兩。

法以一爲本銀。衰數二爲第一次本利共數。四爲第二次本利共數。八爲第三次本利共數。此入之分數也。又以一分爲第三次買田之率。一個二百也。若不買田。則存此二百矣。二爲第二次買田之率。二個二百也。若不買田。則得利一倍。故爲二個二百。四爲第三次買田之率。四個二百也。若不買田則得利四倍。故爲四個二百。　併之得七。以乘每次二百兩。得一千四百兩。此出之實數也。出而本利俱盡。則入之實數止此可知。於是以入之分數八除之。而得本銀一百七十五兩。

㈡減半者。甲衰八。乙衰四。丙衰二。丁衰一也。併各衰數以除總物。見得數。乃以各衰乘之。如有銀三千一百六十兩。分與三等人。上等二十名。每名得四分。中等二十四名。每名得二分。下等三十名。每名得一分。問中等每名若干。

法以四爲上衰。乘二十名。得八十分。二爲中衰。乘二十四名。得四十八分。一爲下衰。乘三十名。仍得三十分。併之共得一百五十八分。以除銀。得每分二十兩。以中衰二乘之。得中等每名四十兩。

遞加遞減差分

㈠如有金六十兩。令五人依次遞加五兩分之。問各得若干。　曰甲得二兩。　乙得七兩。　丙得十二兩。

丁得十七兩。戊得二十二兩。

法以五人分六十兩。見一人得十二兩。乃丙中率數加五兩爲丁數。再加五兩爲戊數。若丙減五兩爲乙數。再減五兩爲甲數。蓋凡奇位。如三五七九之類。其中率之數。必爲平分之數也。如一二三。其中率二。必合三歸平分之數。一二三四五。其中率三。必合五歸平分之數也。

㊁如有銀九百九十六錠。分給八人。自末名已上依次遞加十七錠。問首末二人。各該若干。

法以八人。除銀數。得每人一百二十四兩五錢。爲丁戊二人相和折半之數。乃以遞加率十七。折半得八錠半。加入一百二十四錠半內。卽得戊數。知戊數而餘可求。蓋遞加十七得己庚辛。遞減十七得丁丙乙甲者。看下圖可明。

甲六十五錠

乙八十二錠

丙九十九錠

丁／一百一十六錠／

戊＼一百三十三錠＼相併折半得一百二十四錠半。加八錠半得戊一百三十三錠。

己一百五十錠

庚一百六十七錠

辛一百八十四錠

凡偶位。其中二率。相併折半。與首末二率相併折半同。

超位加減差分。已上各款。俱有定率。此則無定。

㊀如爲商三次。初次獲利比原本多二倍。二次獲利。比初次本利共數多四倍。三次獲利。比二次本利共數多三倍。共計獲本利銀九百兩。問原本銀若干。　曰十五兩。

法以一分爲原本銀。如一兩。加二倍。得三分。爲初次本利共數。如三兩。又照三分加四倍。得十五分。爲二次本利共數。如十五兩。○四三加一十二兩連前次本利。共十五兩也。又照十五兩。加三倍。得六十分。爲三次本利共數。以除九百兩。得原本銀十五兩。

互和折半差分。將首末二數。合併折半。即中率也。如一二三。將一三併折。即得中率二。凡奇數倣此。

㊁如有兵二萬三千八百名。令五營遞減分統。其甲營比戊營。多三千三百六十名。問各營兵數。　曰甲六千四百四十名。　乙五千六百名。　丙四千七百六十名。　丁三千九百二十名。　戊三千零八十名。

法以五營除兵數。得四千七百六十名。爲丙營中率。又以甲多戊三千三百六十名。以四除之。得八百

四十名。爲遞加遞減之數。甲多乙一個八百四十名。多丙二個八百四十名。多丁三個八百四十名。多戊四個八百四十名也。於丙營加之得乙營數。再加之得甲營數。若於丙營減之得丁營數。再減之得戊營數。

㊁如有田一百九十八畝。令六人挨次遞減耕之。已比甲減三十畝。問乙數。　曰四十二畝。

法以六人除田數。得三十三畝。乃丙丁中二人共耕折半之數。次以己少甲三十畝。以五歸之得六畝。折半得三畝。加於三十三畝。得三十六畝爲丙耕數。再加六畝。得四十二畝。卽乙耕數也。看遞加遞減差分第二條便明。

首尾互準差分上法有總人總物。有首尾二人之較。此法有總人。無總物。有首尾二人之率。或首幾人尾幾人之數。

㊀如五人遞次分銀。但知甲得四十兩。戊得二十四兩。問乙丙丁各若干。　曰乙三十六兩　丙三十二兩。　丁二十八兩。

法以四分爲甲多於戊之衰。甲多乙一分。多丙二分。多丁三分。多戊四分也。如六人則用五衰。七人則用六衰。　爲法。以甲戊兩銀數。相減餘十六兩爲實。法除實得四兩。乃遞加數也。以加戊銀卽得丁數。再加得丙數。再加得乙數。

一法併甲戊數折半。得丙數。又併甲丙數折半。得乙數。又併丙戊數折半。得丁數。此卽上互和折半之法。凡位數奇者皆可用。

㊁如七人遞減運糧。但知甲乙共運二十三石七斗。戊己庚共運二十六石一斗。問各若干。　曰甲十二石二斗。　乙十一石五斗。　丙十石零八斗。　丁十石一斗。　戊九石四斗。　己八石七斗。　庚八石。

法以二十三石七斗。折半得十一石八斗五升。爲甲乙相和折半之數。卽借爲甲運數又以二十六石一斗三歸之。得八石七斗。卽己運數。於十一石八斗五升內。減己八石七斗。餘三石一斗五升爲實。乃甲比己多運之數也。又以甲多己四分半爲法。甲至己共六人。照上條論之。六人應用五衰。蓋戊多己一分。丁多己二分。丙多己三分。乙多己四分。加甲多乙一分。共五分也。因甲與乙相和折半。則甲之十一石八斗。乃減半分與乙。所存者是據甲現存互和之十一石八斗五升言之。止多乙半分。加乙多己四分。實共四分半也。故以四分半爲法。法除實得七斗於己八石七斗數內減之。餘八石爲庚數。若加之。則爲戊數。餘可知。○此條若問云甲乙丙共運三十四石五斗。己庚共運一十六石七斗。則以三歸甲乙丙數。得十一石五斗爲乙數。五因己庚數。得八石三斗五升借爲庚數。相減餘爲實。餘三石一斗五升。餘照前法。戊多己一分。丁多己二分。丙多己三分。乙多己四分。加己多庚半分。共四分半也。若問云甲乙共三十三石七斗。己庚共十六石七斗。則俱折半。借作甲數庚數。甲十一石八斗五升。庚八石三斗五升。相減餘爲實。餘三石五升。以五分爲法除之。七人應用六衰。因互和折半之故。甲止多乙半分。己止多庚半分。共少一分也。餘法照前。若問云甲乙二人共運若干。丁戊己庚四人共運若干。則以四人運數四歸之爲戊己二人互和減半之數。餘照前。

㊂如有米二百四十石。令五人遞減納之。定甲乙所納。與丙丁戊所納等。問各數。曰甲六十四石。乙五十六石。丙四十八石。丁四十石。戊三十二石。

法併甲多戊四分。乙多戊三分。得七分。又併丙多戊二分。丁多戊一分。得三分。相減餘四分。是丙丁二人少於甲乙二人之分數也。則所納應比甲乙爲少。然以二人三人相減。餘一人。是丙丁得一人之助。

而所納遂與甲乙等也。夫少四分。而多一人。而其數遂相等。則四分卽爲戊一人之數明矣。於是以一人爲法。四分爲實。除得戊納米四分。加丁五分。丁多戊一分。故爲五分。丙六分。共十五分。又乙七分。甲六分。亦共十五分。二共三十分。以除總米二百四十石。得每分八石。以甲八分因之。得六十四石。餘可知。

按此可照上條法。以甲乙所納一半。折半得六十石。爲甲乙互和。拆半數。以丙丁戊所納一半。三歸之。得四十石。爲丁納數。相減除二十石爲實。而以二分半爲法除之。丙多丁一分。乙多丁二分。加甲多乙半分也。得八石。爲遞加之衰。

和數比例 和併也。併衆衰以比總數。而求每數也。

㊀如甲乙丙合本爲商。共得利三千二百二十兩。甲本銀三千六百兩。乙本銀五百一十兩。丙本銀不知數。但知該分利四百八十兩。問丙本銀若干。　曰七百二十兩。

法於總利內減丙利。餘二千七百四十兩爲法。併甲乙二人本銀得四千一百一十兩爲實。法除實。見每利一百兩。得本銀一百五十兩。以丙利四百八十兩乘之。得丙本七百二十兩。法爲以共利比共本。若各利比各本也。

㊁如甲乙丙合本生理。甲本二百兩。八個月。又四十兩。六個月。乙本三百二十兩。六個月。又八十兩。五個月。丙本一百六十兩。十個月。共得利三百六十兩。問各該利若干。　曰甲一百一十五兩。　乙一百四十五兩。　丙一百兩。

法以甲本二百兩。乘八個月。得一千六百兩。一個月二百兩。八個月共一千六百兩也。又以四十兩乘六個月。得二百四十兩。併得一千八百四十兩。爲甲衰。照此法又併得乙衰二千三百二十兩。丙衰一千六百兩。合三衰。共得五千七百六十兩爲法。以除利銀三百六十兩。見每本銀一兩。得利銀六錢二分五釐。以甲衰乘之。得甲數。

餘倣此。法以爲共本比共利。若各本比各利也。

㊂如三人合本共得利一千兩。內甲本三百兩。十個月。得利五百兩。乙本六百兩。得利三百兩。丙本四百兩。得利二百兩。俱不知月分。請推算。　曰。乙丙均三個月。法以甲本三百。乘十個月。得二千兩爲實。以利銀五百除之。見每利銀一兩。得本六兩。以乙利三百乘之。得一千八百兩。爲乙本六百兩乘月分之數。以乙本六百兩除之。得三個月。丙倣此。法爲以彼利比彼本。若此利比此本也。似與上二條異。然彼此之本。皆兩數相乘。以成率者。兩數混而爲一。則亦謂之和也。

㊃如二人相隔一千四百里。同日起身相訪。甲日行八十里。乙日行六十里。問途中幾日相遇。　曰十日。法併八十六十得一百四十里。爲一日行數。以除一千四百里。得十日。法爲一百四十里比一日。若一千四百里比十日也。

㊄如銀一千二百兩。買絹一分。每匹價銀二兩四錢。綾二分。每匹價銀三兩六錢。問各若干匹。　曰絹一百二十五匹。　綾二百五十匹。

法倍綾價得七兩二錢。加入絹價二兩四錢。共九兩六錢爲法。以除一千二百兩。得一百二十五匹。蓋

逢九兩六錢。卽得絹一匹。綾二匹。則一百二十五匹。乃絹數。倍之爲綾數。可知矣。法爲九兩六錢之比一匹。若一千二百兩之比一百二十五匹也。已上二條亦謂之和者。以首率皆合率也。

㈥ 如四人分銀七百八十五兩。乙得甲十分之七。丙得乙十四分之三。丁得乙十二分之九。問各若干。

曰甲四百兩。　乙二百八十兩。　丙六十兩。　丁四十五兩。

法用三分母互乘。得一千六百八十分。爲甲衰。取甲十分之七。得一千一百七十六。爲乙衰。取乙十四分之三。得二百五十二。爲丙衰。又取丙十二分之九。得一百八十九。爲丁衰。併四衰以除總銀。而以各衰乘之。卽得。法爲合衆衰比總銀。若各衰比各銀也。

㈦ 如五處共輸粟二千石。以田畝之多寡。田多者輸多。少者輸少也。道里之遠近。遠則脚價多。近則脚價少。粟價之貴賤。均輸之。甲田一萬三千零六十畝。粟每石價銀二兩。自輸本處。則無運脚矣。乙田一萬二千三百一十二畝。粟每石價銀一兩。至輸所二百里。丙田七千一百八十二畝。粟每石價銀一兩二錢。至輸所一百五十里。丁田一萬三千三百三十八畝。粟每石價銀一兩七錢。至輸所二百五十里。戊田五千一百三十畝。粟每石價銀一兩三錢。至輸所一百五十里。每石每里車價四釐。請問各該輸若干。　曰甲五百二十二石四斗。乙五百四十七石二斗。　丙三百一十九石二斗。　丁三百九十五石二斗。　戊二百一十六石。

法以甲粟每石價二兩。歸除田一萬三千零六十畝。得六千五百三十石。爲甲衰。本論田輸粟。假如每畝應輸一石。則一萬三千

零六十畝。即當作一萬三千零六十石看矣。然粟有貴賤不同。則又當論價。設每石而價一兩。則一萬三千零六十畝。又當作一萬三千零六十兩看矣。今價係二兩。故逢二而進一石也。

次以乙里數乘車價得八錢。併入粟價一兩。共一兩八錢。歸除乙田得數。爲乙衰。依此法再求得丙丁戊各衰。乃合五衰。得二萬五千石。以除總粟二千石。見每石應輸八升。乃以各衰乘之。得各數。法爲合衆衰比總米。若各衰之比各米也。

附就物抽分

○如買米八十四石。每石價銀一兩四錢七分。運價一錢三分。今欲抽米準折運價。問該抽運脚米若干。

曰脚米六石八斗二升五合。

法以運脚一錢三分。乘總米得十兩零九錢二分。乃併米價脚價共一兩六錢。爲法除之。得脚米數。法爲合正價脚價。以比正米脚米價。若獨以脚價比脚米也。因首次率皆合數。故附於和數。

較數比例 舊名匿價差分。

㊀如錢買綾羅二色。綾七尺。羅九尺。兩價相等。但知綾價每尺。比羅每尺。多三十六文。問各價。

曰綾每尺一百六十二文。羅每尺一百二十六文。法列四率。

一率　二尺 以綾羅相減得之

二率　三十六文

三率　七尺

乘得二百五十二文

四率　一百二十六文

綾一尺。比羅一尺多三十六文。則綾七尺。比羅七尺。必共多二百五十二文也。而羅多二尺則價相等。是二百五十二文。乃羅二尺之價也。故以二尺除之。

㊁如有麥十八石。豆二十二石。兩價相等。如交換五石。則兩邊俱差一兩六錢。麥邊少一兩六錢。豆邊多一兩六錢。問每石價。曰麥每石價一兩七錢六分。豆每石價一兩四錢四分。

一率　五石

二率　一兩六錢

三率　麥十八石

四率　五兩七錢六分

一率　豆四石二十二減十八之餘一

二率　五兩七錢六分

三率　一石

四率　一兩四錢四分豆價

按麥每石價。比豆每石多三錢二分。則麥五石比豆五石必多一兩六錢。麥十八石比豆十八石。必多

五兩七錢六分矣。而豆多四石。卽價相等。是五兩七錢六分。乃豆四石之價也。故以四石除之。而見豆一石之價。於是以二十二石乘之。而得共價三十一兩六錢八分。與麥十八石之價等。以麥十八石除之。得麥每石價。

㈢今有金四錠。銀六錠。其重同。若交易其一。則銀重於金六兩。問各重若干。　曰金銀各重三十六兩。金每錠九兩。銀每錠六兩。

法以相差六兩。折半得三兩。爲首率。餘同上條。按此與上條無異。但問語不同耳。若將此條問語。改云交換一錠。則兩邊俱差三兩。或將上條問語。改云交換五石。則豆多三兩二錢。則兩問一樣矣。

㈣如三人合本爲商。共得利銀四百兩。乙比甲多分十二兩。丙比乙又多分十六兩。問各利若干。　曰甲一百二十兩。　乙一百三十二兩。　丙一百四十八兩。

法併十二兩。與二十八兩。丙多乙十六。又多甲十二。共二十八也。得四十兩。於總利內減去。餘三百六十兩。三人平分之。得甲一百二十兩。而餘可知。

㈤如甲日行九十五里。乙日行七十五里。今乙先行八日。問甲幾日追及。　曰三十日。

法以

一率　二十里兩率相減之餘

二率　一日

三率　六百里八日乘七十五里得之

四率　三十日

㊅如一人步行先行三十七里一人騎馬追至一百五十四里尚不及二十三里問追及之里數若干

曰二百五十三里

一率　十四里二十三與三十七相減之餘

二率　一百五十四里

三率　二十三里

四率　二百五十三里

步行者先行三十七里而騎馬者追之止不及二十三里是已追過十四里也追過十四里必須行一百五十四里則不及之二十三里必須行二百五十三里乃及也

㊆如一人行路步行則三十日可到騎行則二十日可到今行二十六日到問步行騎行日數各若干

曰步行十八日　騎行八日

一率　十日二十三十相減之餘

二率　三十日

三率　六日今行二十六日與騎行二十日較多六日

四率　十八日步行日數

步行比騎行遲十日。而步行爲三十日。則步行比騎行遲六日。而步行爲十八日可知矣。

或改用

一率　十日

二率　二十日

三率　四日

四率　八日

騎行比步早十日而騎行爲二十日。則早四日。而騎行爲八日可知。

㊇如上等酒每斤價銀五分。下等酒每斤價銀三分。今二等酒相合一處。共重一百二十斤。每斤價銀三分六釐。問二等酒各若干。　曰上等三十六斤。　下等八十四斤。

一率　二分五分三分相減之餘

二率　一百二十斤

三率　六釐每斤三分六釐與下等三分相減之餘

四率　三十六斤上等酒數

每斤三分六釐比下價多六釐。以一百二十斤乘之。共多七錢二分。此乃上等酒所多價。故以上等每斤多二分除之。而得上酒三十六斤也。

㊈如有布三百一十匹。每匹長四十尺。但知每匹扣運費二尺。共去一十六匹。復找回錢六百文。問每匹價錢若干。　曰一千二百文。

一率　二十尺

二率　六百文

三率　四十尺

四率　一千二百文

以總布乘運費二尺。得六百二十尺。又以扣去十六匹。乘每匹四十尺。得六百四十尺。二數相減。見扣多二十尺。扣多二十尺。而找回錢六百文。則六百文乃二十尺之價。而四十尺之價。爲一千二百文可知矣。

㊉如甲本銀比乙多一倍零八兩。共得利銀二十二兩。甲分十六兩。乙分六兩。問各本。　曰甲三十二兩。

乙十二兩。

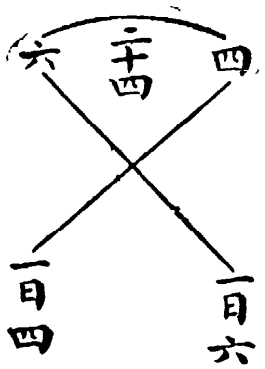
法以乙利六兩。倍之。與甲利十六兩相減。餘四兩。以除所零八兩。見每利一兩。得本銀二兩。以各利乘之得數。

㊀如三股分銀。甲股八人。乙股六人。丙股九人。乙每人所得。如甲每人三分之二。丙每人所得。如乙每人四分之一。乙六人比丙九人。共多三百兩。問每股若干。　曰甲股九百六十兩。　乙股四百八十兩。丙股一百八十兩。

法以二分母互乘得十二。爲甲每人之衰。三歸而二因之。得八分。爲乙每人之衰。又四歸八分。而一因之。得二分。爲丙每人之衰。乃以各人數乘各衰數。甲得九十六分。乙得四十八分。丙得十八分。乃以丙十八分。與乙四十八分相減。餘三十分。爲法。除多銀三百兩。見每分得十兩。以甲九十六分乘之。得甲股數。而餘可知。

㊁如有田一百二十畝。一人日耕四畝。一人日種六畝。欲令同時完工。問耕者該先幾日起工。　曰十日。

法以每日種六畝。除一百二十畝。得二十日。又以每日耕四畝。除一百二十日。得三十日。相減得十日。然用除兩次。恐有不盡。變法用互乘。如下圖。



變一日耕四畝。爲六日耕二十四畝。變一日耕六畝。爲四日種二十四畝。於是以四率列之。

一率　二十四畝

二率　二日四日與六日相乘之餘

三率　一百二十畝

四率　十日

以二十四畝言之。耕者當先二日。則以一百二十畝言之。耕者當先十日矣。

和較比例九章算法。一名貴賤差分。一名貴賤相和。於和數中推和較數。因較數而成比例也。

㊀如有銀四十六兩。買米麥共五十石。米每石價銀一兩。麥每石價銀八錢。問米麥各若干。　曰米三十石。　麥二十石。

法以總五十石。乘米價得五十兩。與原價相減。原價少四兩。原五十石。內有麥二十石。今亦作米算之。則每石多價二錢。二十石共多價四兩。在米言之則爲多。而在麥言之則爲少也。又以五十石。乘麥價。得四十兩。與原價相減。而原價多六兩。原五十石內。有米三十石。今亦作麥算。必少價六兩。在麥言之則爲少。而在米言之則爲多也。二數相併。得十兩爲一率。五十石爲二率。

一率　十兩

二率　五十石

三率　多六兩

四率　三十石

五十石俱米。則價五十兩。若俱麥。則價四十兩。是米五十石。較麥五十石。其價多十兩也。價多十兩。而米爲五十石。則多六兩。而米爲三十石可知矣。

一率　十兩

二率　五十石

三率　少四兩。

四率　二十石

又價少十兩。而麥爲五十石。則少四兩。而麥爲二十石可知矣。

又法以二價相減。餘二錢爲一率。以一石爲次率。又以五十石。俱用米價乘之。得五十兩。減原價四十六兩。餘四兩爲三率。此四兩。乃以麥。乘米價。每一石浮二錢之數。求得四率麥二十石。麥乘米價每石浮二錢。夫浮二錢而麥爲一石。則浮四兩。而麥必爲二十石矣。以減總五十石。餘爲米數。若五十石皆作麥價乘之與原價相減。不足六兩。乃米乘麥價每石損二錢之數。以二價相減餘二錢除之。則先得米三十石。

㈡如鷄兎同籠。共足一百。即上條之共銀。共頭三十六。即上條之共五十石。問鷄兎各足幾何。不言兎四足鷄二足者。人所共知也。

法照上條

㊂如有玉在石中。石正方四寸。自乘再乘得積六十四寸。即首條之共五十石。重一百六十兩零八錢。即首條之共銀。問玉有若干。不言玉立方一寸重二兩六錢。石立方一寸重二兩五錢者。亦以此爲算者所必知也。

法照首條

㊃如有金器一件。內有銀相參。合共重一百七十兩。問金銀各重若干。此與玉石條同。當求出共積若干寸。法用一桶盛水令滿。投金器入內。看溢出之水。得立方寸若干。假如得十二寸。即爲金銀共積。又金立方一寸重十六兩八錢。銀立方一寸重九兩。當知。

㊄如有金三百兩。係九六成色。今用九九成色及九一成色二等金與換。問各用金若干。曰九九色金一百八十七兩五錢。九一色金一百一十二兩五錢。

法以九六色乘三百兩。得二百八十八兩。爲十成金數。三百兩。九六色金也。如首條之五十石。二百八十八兩。十成金也。如首條之四十六兩。以九六金易十成金。如首條之以米麥易銀。乃照首條又法。以三百兩俱用九九色乘之。得十成金二百九十七兩。與原金二百八十八兩相減。餘九兩爲實。又以二色相減餘八錢爲法。法除實。得九一色金一百一十二兩五錢。於三百兩內減之。餘爲九九色金數。

㊅如甲有金一兩。可準銀十二兩。乙有金一兩。可準銀八兩。今欲鎔爲一處。令金一兩。如首條之米麥總數。可準銀

九兩。如首條之總銀數。問每金一兩。甲出若干。乙出若干。　曰甲出二錢五分。　乙出七錢五分。

法以九兩爲中數。如首條之原價。與十兩相較。少三兩。　與八兩相較多一兩。併多少二數得四兩。爲一率。金一兩爲二率。

一率　四兩

二率　一兩

三率　少三兩

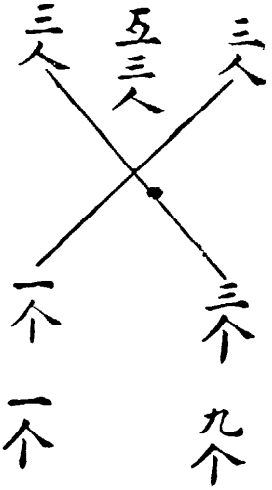
四率　七錢五分乙所出數

準少四兩。而乙爲一兩。則準少三兩。而乙必爲七錢五分矣。己上皆貴賤差分法。

㊐如僧一百人。給饅頭一百個。大僧一人給三個。小僧三人給一個。問大小僧各若干。　曰大僧二十五人。小僧七十五人。

法用互乘

變大僧一人三個爲三人九個。小僧三人仍得一個。又以分母三通原一百個。爲三百個。於是以百人俱作大僧。乘九個。得九百個。與原三百個相減。原數少六百個。又以百人作小僧乘一個。得一



百個。與原三百個相減。原數多二百個。合多少共八百個。乃以八百個爲首率。一百人爲二率。蓋大僧比小僧多八百個。而大僧爲一百人則多二百個。而大僧之爲二十五人可知。又小僧比大僧少八百個。而小僧爲一百人則少六百個。而小僧爲七十五人可知也。

一率　八百個

二率　一百人

三率　二百人　六百個

四率　二十五人　七十五人

又法亦用互乘。乘畢。以一個九個相減。餘八個爲一率。以三人爲次率。又以原共百人。乘大僧每人三個。得三百個。以原共百個。乘大僧一人如故。與三百個相減。餘二百個。爲三率。求得四率。小僧七十五人。何者。小僧三人。共得一個。今互乘而得九個。是較互乘九個而浮八個也。浮八個爲三人。則浮二百個必爲七十五人矣。

若先求大僧。則以一人爲次率。以原共一百人。乘小僧每人一個。仍得一百個。以原共百個。乘大僧三人。得三百個。與相乘仍得之一百個相減。餘二百個爲三率。蓋大僧一人得三個。今互乘而得一個。是較互乘之九個。而缺八個也。缺八個爲九人。則缺二百個。必爲二十五人矣。

㊇如有大小船桅共五十七。如百僧。槳共二百零四。如饅頭百。但知大船每隻三桅六槳。如大僧一人饅頭三個。小船每隻一桅八槳。問大小船數。曰大船十四隻。照上條法求得大船桅四十二條。三歸之得船數。小船十五隻。於總桅五十七內。減大船桅四十二。餘十五桅。即小船十五隻。

已上二條名貴賤相和。已下各條。與此不同。以其皆於和中求較。而乘比例。故以類相從。繫之於末。

㊈如有兵三千四百七十四名。每三人賞衣絹七十尺。每四人給褲絹五十尺。問總給絹若干。曰十二萬四千四百八十五尺。

法用互乘。

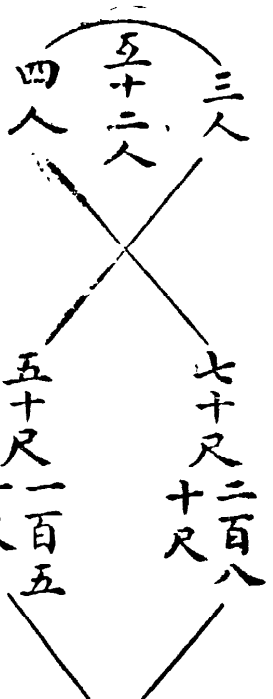
次列四率。

一率　十二人三互四所得

二率　四百三十尺

三率　三千四百七十四名

四率　十二萬四千四百八十五尺



㊉如賞人飯肉共一百碗。如上條之總絹。但知二人共飯一碗。如上條之衣絹。三人共肉一碗。如上條之褲絹。問人數及二項碗數。曰一百二十人。飯六十碗。肉四十碗。

法用互乘。

次用四率。

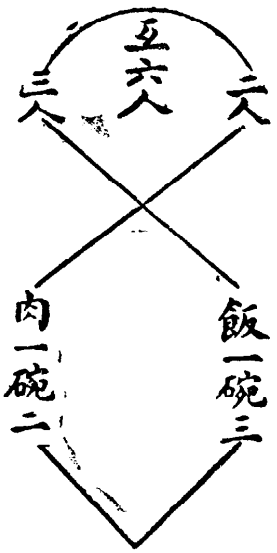
一率　五碗

二率　六人

三率　一百碗

四率　一百二十人

得人數一百二十人爲實。以二人除之得飯碗數。以三人除之得肉碗數。



㊀如賞人茶飯酒共一千三百三十八碗。但知三人共茶一碗。五人共酒三碗。七人共飯六碗。問人數。及各項碗數。

法用維乘。照通分併法第三條。餘同上法。

㊁如大燈三盞。共用油四兩。小燈四盞。共油三兩。如第六條大僧一人饅頭三個。小僧三人饅頭一個。共用油十八斤零七兩。如共饅頭一百個。其大燈居二分。小燈居三分。此如大僧二十五。小僧七十五。而不言共僧一百。問大小燈各若干。曰大燈一百二十盞。小燈一百八十盞。

法用互乘

變大燈三盞用油四兩。爲大燈十二盞用油十六兩。以大燈二分乘之。得三十二兩。變小燈四盞用油三兩。爲小燈十二盞用油九兩。以小燈三分乘之。得二十七兩。併二數共五十九兩。

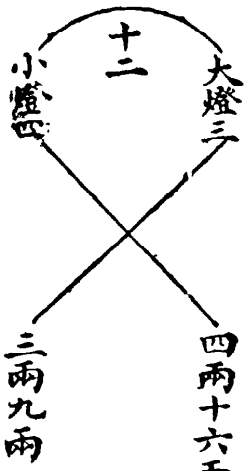
一率　油五十九兩

二率　大燈二十四盞

三率　油二百九十五兩通十八斤七兩得此

四率　大燈一百二十盞

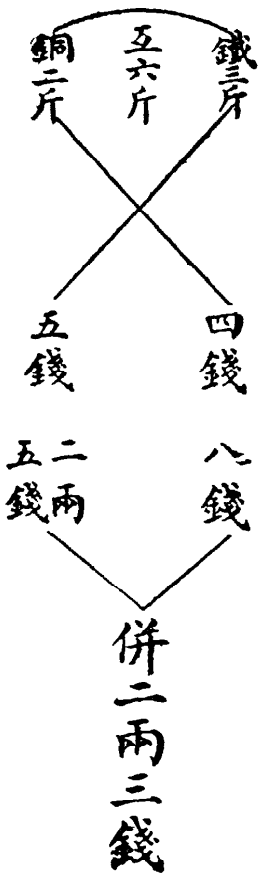
油五十九兩。而大燈爲二十四盞。則油二百九十五兩。而大燈爲一百二十盞可知矣。若次率用小燈三十六盞。則四率得小燈數。



㊀如銀二十五兩三錢。買銅鐵。其重相等。鐵三斤。價銀四錢。銅二斤。價銀五錢。問各斤數。曰各六十六斤。

法用互乘。

次列四率。



一率　二兩三錢

二率　六斤

三率　二十五兩三錢

四率　六十六斤

㊃如有米九百石。令二處照價貴賤納之。其所納之銀相等。甲處米價每石五錢。乙處每石七錢。問各米數及共價。　曰甲納五百二十三石。乙納三百七十五石。價各二百六十二兩五錢。

法用互乘。

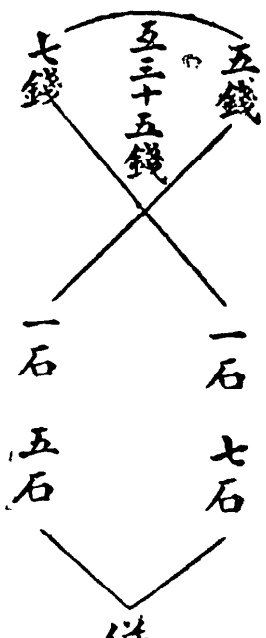
次用四率。

一率　十二石　十二石　十二石

二率　五石　七石　三兩五錢

三率　九百石　九百石　九百石

四率　二百七十五石。乙數　五百二十五石。甲數　二百六十二兩五錢



㊄如空車日行九十里。重車日行六十里。今載米至倉。往乃重車。返乃空車。十日。問距倉路遠若干。　曰倉遠

三百六十里。

法用互乘。

次用四率。

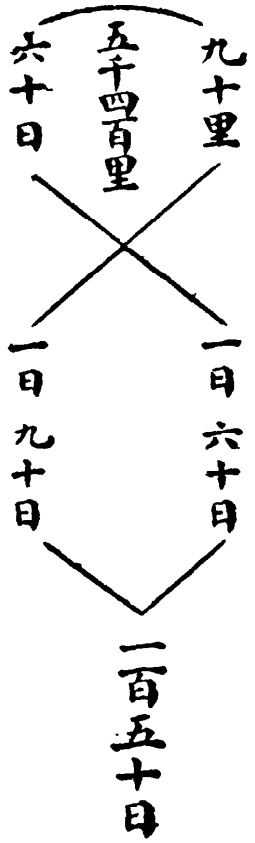
一率　一百五十日

二率　五千四百里

三率　十日

四率　三百六十里

此六日往重車日行六十里・六日共行三百六十里也・四日返也。空車日行九十里・四日共行三百六十里也・



㊀如重車日行五十里輕車日行七十五里今載米至倉五十日往返三次問距倉里數。曰五十里。

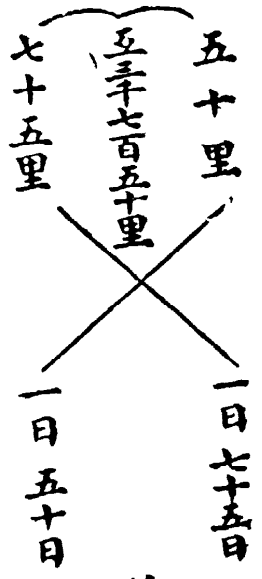
法用互乘。

次用四率。

一率　一百二十五日

二率　三千七百五十里

三率　五日



併得一百二十五日

四率　一日五十里

一率　三次

二率　一百五十里

三率　一次

四率　五十里

盈朒

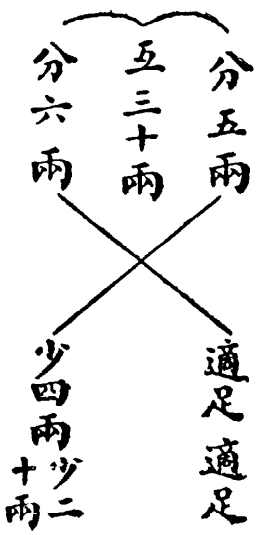
㊀如有人分銀。不知人數與銀數。只云每人分五兩。則適足。每人分六兩。則少四兩。問人數及銀數。曰四人。銀二十兩。

法以分率五兩六兩相減。餘一兩爲總法。

若先求人數。則以所少四兩爲人實。以總法除人實。得所求。蓋每人多取一兩。四人共多取四兩。故銀不足四兩。則因不足四兩。卽知多取者爲四人也。

若先求銀數。則以分五兩。互乘少四兩。得二十兩爲物實。以總法除物實。得所求。詳下

此變四人分銀二十兩。每人得六兩。而少四兩。爲四人分銀一百



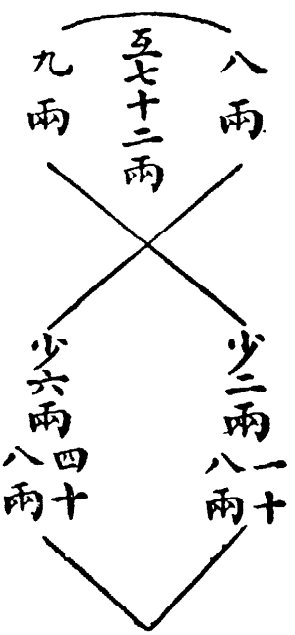
兩。每人得三十兩。而少二十兩。所得所少皆五倍原數。則原銀二十兩。亦當五之。爲一百兩矣。變四人分銀二十兩。每人得五兩而適足。爲四人分銀一百二十兩。每人得三十兩而適足也。所得既六倍原數。則原銀二十兩。亦當六之爲一百二十兩矣。夫一百兩者。五個原銀二十兩也。一百二十兩者。六個原銀十兩也。六個原銀而適足。五個原銀則不足二十兩。是此不足之二十兩。乃少一個原銀之數也。故以五減六。如以五個原銀。與六個原銀相減。餘一個原銀爲法。以除二十兩。而得銀數也。

此一朒一適足者。一盈一適足者倣此。

㊁若前問改云出銀買物。每人出五兩則適足。每人出六兩則多四兩。算法亦與上條無異。但彼云不足四兩。此云多四兩爲異耳。蓋彼乃分銀。分少而總銀適足者。分多則總銀必朒。此乃出銀。出少而適合乎物價者。出多則必浮於物價。故問語不能無異也。

㊂又如人分銀。只云每人八兩。則少二兩。每人九兩。則少六兩。問人數銀數。曰四人。銀三十兩。

法以八兩九兩相減。餘一兩爲總法。若先求人數。則以少二兩六兩相減。餘四



相減餘三十兩爲物實

兩爲人實。法除實得四人每人分少一兩。而總銀則止少二兩。若每人分多一兩。則總銀遂少六兩。是分少一兩。較多分一兩。所差四兩也。多一兩爲一人。則多四兩非四人乎。

若先求銀數則用互乘。

總法除物實。得總銀三十兩。蓋原數三十兩每人分八兩少二兩。今用九互之。乃九個原銀三十兩。九個分八兩。九個少二兩也。又原數三十兩每人分九兩少六兩。今用八互之。乃八個原銀三十兩。八個分九兩。八個少六兩也。夫九個三十兩。而少十兩。八個三十兩。則少四十八兩。相減餘三十兩。則此三十兩。乃九個八個相減餘一個之數可知也。

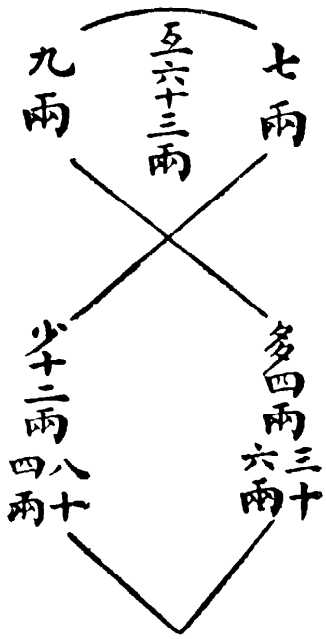
此兩朒者。兩盈倣此。

四 如人分銀。只云每人分七兩。則多四兩。每人分九兩。則少十二兩。問人數銀數。　曰八人。　銀六十兩。

法以七兩與九兩相減。餘二兩爲總法。若先求人數。則以多四兩與少十二兩相併。得十六兩爲人實。法除實得八人。蓋每人多取二兩。則八人必多十六兩。故可因十六兩而知八人也。

若先求銀數則法用互乘。

總法除物實得銀數。蓋原銀



六十兩。每人分七兩多四兩。今以九互之。乃九個原銀六十兩。九個分七兩。九個多四兩。變原數爲原銀五百四十兩。每人分六十三兩。多三十六兩也。又原銀六十兩。每人分九兩。少十二兩。今以七互之。乃七個原銀六十兩。七個分九兩。七個少十二兩。變原數爲原銀四百二十兩。每人分六十三兩。少八十四兩也。夫九個原銀。則多三十六。七個原銀。則少八十四。是少二個原銀。而差一百二十兩也。二個原銀爲一百二十。則一個原銀之爲六十明矣。　一法先求適足。併多四少十二共十六爲一率。分七兩九兩相減餘二爲次率。多四兩爲三率。求得四率五錢。與所分七兩相加。則適足。蓋八人每人分七兩而多四兩。因每人分少五錢也。今每人分多五錢。八人共多四兩。總銀適盡無餘矣。

法爲十六兩之比二兩。若四兩之比五錢也。蓋每人分少二兩。而差十六兩。則每人分少五錢。不差四兩乎。可以少例差。亦可以差例少也。於是以五錢除四兩得八。即爲八人。

此一盈一朒者。

㊄如衆人乘船渡河。猶云船載人。蓋此條之船。即上條之人。此條之人。即上條之銀也。勿誤看。每一船載十三人。猶上條之每人分銀七兩。則餘十二人。猶上條之多四兩。每一船載十八人則餘一船。猶云少十八人也。問人數船數。法同上條。題易迷人故疏之下倣此。

㊅如有銀買馬。但云每匹十五兩。則銀多二十兩。每匹二十兩。則適足。問馬數銀數。此與第二條。似同實異。蓋銀買物。與銀買馬同矣。而彼言每人。此言每馬。則異也。與第一條似異實同。蓋人分銀。與銀買馬異矣。而銀買馬。猶云馬分銀。則與人分銀同也。

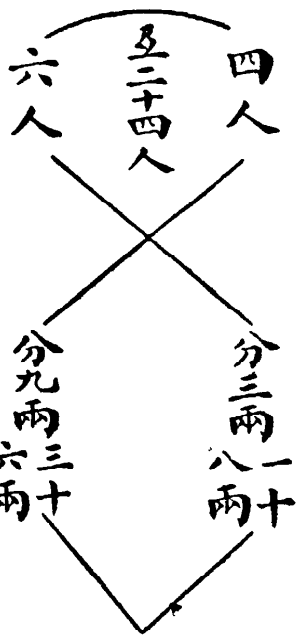
㊼如計日登程。猶言以日分路程。蓋以十二日分七百二十里。如人之分銀也。只云每日行五十五里。則離所欲至之地差六十里。每日行六十里。則適足。問日數及路程各若干。

㊽如有直田一段。欲截一頭作園。按直字含有橫字在內。橫之於直。猶人之於銀。蓋橫一步。得直若干步。猶每人得銀若干兩也。言欲截。亦含有所截之冪積若干步在內。如言人分銀。亦含有銀之總數在內也。只云截長十步。如言分銀十兩。不足三十步。截長十二步。適足。問截積。猶總銀數。及原闊。猶人數。各若干。

已上名單法。已下名雙套法。即盈朒之通分也。

㊾如有人分銀。只云每四人分銀三兩。則盈三兩六錢。每六人分銀九兩。則朒五兩四錢。問人數及銀數。曰十二人。銀十二兩六錢。

法用互乘。

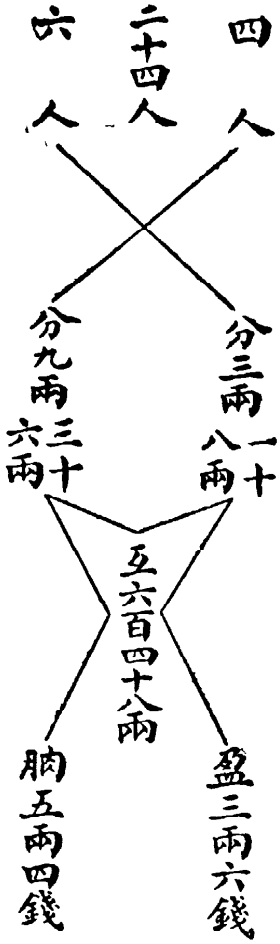


此變四人分三兩。爲二十四人分十八兩。變六人分九兩。爲二十四人分三十六兩也。蓋單法以兩分率相減。餘爲總法。然兩分率皆一人之所得。此則三兩爲四人之所分。九兩爲六人之所分。參差不齊。故互之使皆爲二十四人。二十四人分十八兩。無異於四人分三兩。即無異於一人分七錢五分。四人分三兩。每人得七錢五分。二十四人分三十六兩。無異於六人分九

兩。卽無異於一人分一兩五錢。六人分九兩。每人得一兩五錢。可照單法算之也。

若先求人數。則併盈朒共九兩。以二十四人乘之。得二百一十六。爲人實。總法除人實。得十二人。單法以每人分七錢五分。與每人分一兩五錢相減。餘七錢五分爲總法。以除人實九兩。得十二人。此則將一個七錢五分。變作二十四個七錢五分。共十八兩。爲法。將一個九兩。變作二十四個九兩爲實耳。既得人數則以四人除之。得三。三個四人也。以乘分三兩得九兩。加盈三兩六錢。卽得銀數十二兩六錢

若先求銀數。又再互之。



併二百二十六兩八錢爲物實

總法除物實得銀十二兩六錢。

此變原銀十二兩六錢。四人分三兩盈三兩六錢。爲原銀四百五十三兩六錢。三十六個十二兩六錢也。二十四人分六百四十八兩。猶云十二人分三百二十四兩。○原銀五百零四兩。而云二十四人分六百四十八兩。浮於原數。其詞不順。改云十二人分三百二十四兩。則順矣。此注意也。盈一百二十九

兩六錢。三百二十四兩・加一百二十九兩六錢・適合四百五十三兩六錢・又變原銀十二兩六錢。六人分九兩朒五兩四錢。爲原銀二百二十六兩八錢。十八個十二兩六錢也・二十四人分六百四十八兩。猶云十二人分三百二十四兩・朒九十七兩二錢也。三百二十四兩・減九十七兩二錢・餘二百二十六兩八錢・恰合・合盈一百二十九兩六錢・朒九十七兩二錢・共差二百二十六兩八錢。則以相差十八個原銀之故也。三十六個原銀・減十八個原銀・尙差十八個・十八個原銀。差二百二十六兩八錢。則一個原銀之差十二兩六錢可知矣。法爲十八比二百二十六兩八錢。若一與一二六也。又法以減餘之十八兩。十八與三十六相減之餘・爲十率。互乘之十八兩六人互三兩所得・爲二率。盈朒相併得九兩爲三率。求得四率九兩。加盈三兩六錢。得十二兩六錢。此蓋合率比例之法。併兩四率爲一四率也。蓋原法以十八兩爲一率。二十四人爲二率。九兩爲三率。求得十二人爲四率。見上先求人數・既得人數。則又可用二十四人爲一率。十八兩爲二率。十二人爲三率。求得九兩爲四率。今併兩次四率爲一次四率。如下圖。說詳合率比例。

一率	一十八兩	二十四人數同省去不用	十八兩
二率	二十四人	一十八兩	十八兩
三率	九兩	十二人數同省去不用	九兩
四率	十二人	九兩	九兩

合率

此一盈一朒者。其兩盈兩朒。一盈一適足。一朒一適足者。皆可推。　按單法亦有用通分者。雙法用通

分矣。亦有再通者。詳難題。

算迪卷二

借衰互徵

㊀如銀一百九十六兩。買駝四匹。馬六匹。驢十頭。馬每匹比驢價多一倍零二兩。駝每匹比馬價多一倍零四兩。問各價。曰駝每匹銀二十四兩。馬每匹銀十兩。驢每頭銀四兩。

法借一衰爲驢價。以十頭因之。得十衰。借二衰零二兩爲馬價。以六匹因之。得十二衰又十二兩。借四衰零八兩爲駝價。倍馬之二衰零二兩爲四衰零四兩。又多四兩也。以四匹因之。得十六衰又三十二兩。共併得三十八衰爲一率。又併駝馬多價共四十四兩。於總銀內減之。餘一百五十二兩爲二率。驢一衰爲三率。求得四率四兩。爲驢價。而餘可知。

㊁如甲乙二人。共果三百枚。但云甲數加六百枚。乙數加二百枚。則甲數比乙數多二倍。曰甲二百二十五枚。乙七十五枚。

法借一爲乙衰。借三爲甲衰。併得四衰爲一率。併三百枚六百枚二百枚。共一千一百爲二率。乙衰一爲三率。求得四率二百七十五。減虛加之二百。餘七十五枚。爲乙實數。以七十五枚。與三百枚相減。餘二百二十五枚爲甲數。

㊂如人云。我比弟長二年。父年倍我又多兩歲。伯父兼我三人歲數。再加四年整百歲。問各歲數。　曰弟二十二歲。　本人二十四歲。　父五十歲。　伯父九十六歲。

法借一衰爲其弟歲數。借一衰零二年爲本人歲數。倍之得二衰零四年。再加二年。得二衰零六年。爲其父歲數。併三人得四衰零八年。爲其伯歲數。卽以四衰爲一率。八年併再加之四年。共十二年。與百歲相減。餘八十八年。爲二率。其弟一衰爲三率。求得四率二十二。卽其弟歲數。而餘可知。

㊃如漏壺一具。上有渴烏注水。凡十二時而滿。下有一孔通天池洩水。凡十八時而盡。若上注下洩。何時可得水滿。　曰三十六時。

法以十二時乘十八時。得二百一十六時。十二時一滿。以十八乘之。乃二百一十六時。滿十八次也。十八時一洩盡。以十二乘之。乃二百一十六時。洩十二次也。爲次率。以十二時與十八時相減。餘六時爲首率。二百一十六時。滿十八次洩十二次。一滿一洩對減去十二次。尙餘滿六次。是二百一十六時。滿六次也。一次爲三率。求得四率三十六時。滿六次爲二百一十六時。則滿一次爲三十六時可知矣。

㊄又如漏壺一座。注水於內。下有三孔。大孔流水二時而盡。中孔流水三時而盡。小孔流水六時而盡。若三孔齊開。問幾時而盡。　曰一時。

法以大孔二時。乘中孔三時。得六時。又以小孔六時。乘之。得三十六時爲實。以大孔二時除實。得盡十八次。以中孔三時除實。得盡十二次。以小孔六時除實。得盡六次。併之共盡三十六次。卽當三十六壺

盡一壺爲一次。則盡三十六次。卽爲三十六壺也。爲法。法除實。得每壺盡於一時也。

㈥如人行一百二十里。未盡。以行過路六分之一。與餘路三分之一相加。卽是未盡里數。問里數若干。

曰二十四里。

法以三分爲未行里數之衰。以十二分爲行過里數之衰。未行里數三分。今取三分之一。與行過六分之一相加。是將行過六分之一。抵足未行三分之二也。已行一分。可抵未行二分。則已行六分。可抵未行十二分矣。併得十五衰爲一率。以一百二十里爲二率。未盡里數三分爲三率。求得四率二十四里。

㈦如井深至底二丈六尺。猶上條之一百二十里。不知水深若干。猶上條未盡里數。但云自水面向上。猶上條行過之路。取三分之一。從水面往下。猶上條餘路。取四分之一。相併。便是水深。問深若干。法倣上條。

㈧如人問此時是何時刻。答曰。自子正到此時。時刻折半。與自此時到午正。三分之一。相加。便是此時時刻。問畢竟是何時刻。曰寅正三刻三分。

法借二衰爲子正到此時衰數。折半者二分之一也。故以二分爲子正到此時衰數。又借三衰爲此時到午正衰數。併之得五衰。爲子正到午正之數。爲一率。刻。子正到午正得四十八刻。以每刻十五分乘之。得七百二十分。爲二率。以子正到此時二衰爲三率。求得四率二百八十八分。以每時一百二十分收之。得二時。餘四十四分。又以每刻十五分收之。得三刻零三分。合之爲二時三刻三分。乃自子正到此時刻數。卽寅正三刻三分

也。

㊈如有羊一羣。不知數。但云取三分羣之一送人。又取四分羣之一賣銀。尚餘一千隻。問原數。　曰二千四百隻。

法以兩分母相乘得十二爲總衰。將一羣分爲十二分也。以三除總衰十二得四。三分之一也。又以四除總衰十二得三。四分之一也。合之得七。於總衰內減去。餘五衰爲一率。餘一千隻爲二率。十二衰爲三率。求得原數二千四百隻。

此問若改云。將送人之餘。取四分之一買銀。尚餘一千隻。則於總衰十二內。減三分一。餘八。又將八爲所餘羊衰。內減四分之一。餘六。即以六爲一率。所餘一千爲二率。總衰十三爲三率。求得四率二千隻。

㊉如有田七百四十二畝。分種稻麥麻三者。麥得稻十分之七。麻得麥五分之三。問各若干。　曰稻三百五十畝。麥二百四十五畝。麻一百四十七畝。

法用互乘。以分母五分互十分。得五十分。又以分母五互分子七。得三十五分。是變麥得稻十之七。爲五十分之三十五分也。即以五十分爲稻衰數。又以麥衰三十五分五歸而三因之。得二十一分。爲麻衰數。捷法不用五歸三因。只將分子之七。與之三相乘。即得二十一分。爲麻衰。蓋三十五。乃分母五乘子之七所得。以五乘七。而又以五歸之。不如不乘不除之爲便捷也。合三衰共得一百零六衰爲一率。以總田七百四十二畝爲二率。稻衰五十爲三率。求得四率三百五十畝。爲稻田數。若以

麥衰三十五爲三率。卽得麥田數。

按此條理數精蘊法。以分母十乘分子七。得七十。又乘分母五。得三百五十。又乘分子三。得一千零五十。爲種稻衰數。比前法爲加二十一倍。蓋前法以五十爲稻衰。今以一千零五十爲稻衰。是二十一個五十也。十歸而七因之。得七百三十五爲麥衰。又將麥衰五歸而三因之。得四百四十一爲麻衰。併三者得二千二百二十六爲一率。亦比前法加二十一倍。蓋前法以一百零六爲一率。今以二千二百二十六爲一率。是二十一個一百零六也。以總田七百四十二畝爲二率。以稻衰一千零五十爲三率。求得稻田三百五十畝。

㊀如遠望一塔。中有林木遮去三分之二。塔高二十四丈。被遮去一十六丈也。下露五分之一。塔高二十四丈。下露四丈八尺也。上露三丈二尺。請問塔高。曰二十四丈。

法用兩分母。三五相乘得十五爲總衰。置總衰三歸而二因之得十衰。爲林木遮去衰數。又置總衰五歸而一因之得三爲下露衰數。併十衰三衰。共十三衰。於總衰十五內減去餘二。爲上露三丈二尺之衰。卽以二爲一率。三丈二尺爲一率。總衰十五爲三率。求得四率二十四丈。

㊁如木匠瓦匠小工三人分工價。瓦匠得木匠五分之二。小工得木匠四分之一。瓦匠比小工多一兩二錢。問各若干。曰木匠八兩。瓦匠三兩二錢。小工二兩。

法以兩分母。五四相乘得二十。爲木匠衰數。以分母四互分子二得八爲瓦匠衰數。變五分之二。爲二十分之八也。又

以分母五互分子一得五。爲小工衰數。變四分之一。爲二十分之五也。又將瓦匠衰八。與小工衰五。相減餘三爲一率。此瓦匠多於小工三衰也。多一兩二錢爲二率。木匠二十衰爲三率。求得四率八兩。爲木匠銀數。

㊀三如鐵初次鍛。減原數三分之一。二次鍛減原數四分之一。三次鍛減原數五分之一。四次鍛減原數六分之一。餘淨熟鐵廿七兩。問原鐵數若干。　曰五百四十兩。

法以各分母維乘。得三百六十爲總衰。三乘四得十二。又乘五得六十。又乘六得三百六十。　此數以三分之一計之。得一百二十。以四分之一計之。得九十。以五分之一計之。得七十二。以六分之一計之。得六十。併四數。得三百四十二。爲各次鍛減之衰數。於總衰三百六十內減之餘十八。爲現存之衰。即用爲一率。以現存二十七兩爲二率。以總衰三百六十爲三率。求得四率五百四十兩。　或不用連乘。但取一數。可用各分母分之而盡者。如三十六十。皆可用爲總衰。以六十言之。三分之一得二十。四分之一得十五。五分之一得十二。六分之一得十。併得五十七。減總衰六十餘二爲一率。以六十爲三率可也。此因各次鍛減分數。皆以原數爲言。故算法如此。詳第九條。

㊀四如問老人歲數。曰以現年加三分之二。減四分之一。得一百三十六歲。問若干歲。　曰九十六歲。

法以兩分母相乘得十二爲總衰。加八。三分十二衰之二得八。減三。四分十二衰之一得三。餘十七爲一率。一百三十六歲爲二率。十二衰爲三率。求得四率九十六歲。

㊄如有一數。取二分之一。三分之一。四分之一。五分之一。六分之一。併之得五百二十二。問原數若干。

曰三百六十。

法倣上第十三條。

㊅如馬一羣。但云加一倍。又加二分之一。又加三分之一。又加四分之一。又加一匹。併原數。共一百一十二匹。問原數。　曰三十六匹。

法借十二爲總衰。見上第十三條註。此數加一倍。得二十四。又加二分之一爲六。又加三分之一爲四。又加四分之一爲三。共得三十七爲一率。共數一百一十二。減一匹。題言加一匹。是在所加各分數之外。故須去之。餘一百一十一。爲二率。十二衰爲三率。求得四率三十六匹。

㊆如爲商三次。初次得利。比本爲三分之二。將利加入本銀。第二次得利。比本爲四分之三。又將利加入本銀。第三次得利。比本爲五分之三。三次本利共一千四百兩。問原本若干。　曰三百兩。

法借六十爲本銀衰數。取其三分之二。得四十。與六十相加。得一百。又將一百。取其四分之三。得七十五。與一百相加。得一百七十五。又將一百七十五。取其五分之三。得一百零五。加一百七十五。得二百八十兩。爲一率。一千四百兩爲二率。六十衰爲三率。求得四率三百兩。

已上各條所借之衰。止借一次。已下各條則借二次。名曰疊借互徵。

㊇如有銀一百兩。命甲乙丙三人分之。甲比乙多一倍。乙比丙多二倍。問各得若干。　曰甲六十兩。乙三十兩。丙十兩。

法借十二兩爲甲衰。六兩爲乙衰。乙少甲一倍也。二兩爲丙衰。丙少乙二倍也。併得二十衰。以與原銀一百兩相較。不足八十兩。命之曰借十二兩。不足八十兩。書於右。再借三十六兩爲甲衰。十八兩爲乙衰。六兩爲丙衰。併得六十兩。與原銀一百兩相較。仍不足四十兩。命之曰借三十六兩。不足四十兩。書於左。倣盈朒章兩不足之法算之。於是以兩不足數相較。如一不足一有餘則相加。餘四十兩爲一率。兩借數相減餘二十四兩爲二率。不足八十兩爲三率。求得四率四十八兩。加借十二兩。因不足故用加。若有餘則用減。得甲數。或以不足四十兩爲三率。求得四率二十四兩。加借三十六兩。亦合。

一　四十兩

二　廿四兩

三　八十兩

四　四十八兩

蓋初借十二兩而差八十兩。後多借二十四兩而少差四十兩。是少差四十兩。由於多借二十四兩。則欲不差此八十兩。必須再借四十八兩乃可也。初借止十二爲不及。故須添借也。此四率之理也。又八十兩差數也。四

十兩差數之較也。兩次不足之較。一類也。四十八兩借數也。與借數十二兩相加。故統爲借數。二十四兩借數之較也。兩次借數之較。又一類也。故以差數之較四十。比借數之較廿四。若差數八十。比借數四十八也。按此條止須借十二兩爲甲衰。併乙衰六。丙衰二。共二十兩爲首率。以原銀一百兩爲次率。甲衰十二爲三率。徑求得四率六十兩。不用疊借也。卽疊借而以四十爲首率。二十四爲次率。亦可以一百兩爲三率。徑得四率。六十兩。蓋甲衰二十四。乙衰十二。丙衰四。合三人共四十。夫三人共四十。而甲爲二十四。則三人共一百。而甲爲六十可知也。

又法用互乘書左右後卽互乘。如下圖。

十二兩 少八十兩二千八百八十兩

三十六兩 少四十兩四百八十兩

相減餘二千四百兩

以原少八十少四十相減餘四十爲首率。以互乘減餘二千四百爲次率。以甲一人爲三率。

一 四十兩

二 二千四百兩

三 一人

四 六十兩

求得四率六十兩。卽甲數。所以然者。此與盈朒章先求銀數法同。蓋彼第三條所云。每人分八兩少二兩。每人分九兩少六兩。卽此條之甲借十二而少八十。甲借三十六而少四十也。彼以九互二。爲九倍

原銀而少十八。又以八互六。爲八倍原銀而少四十八。卽此條以三十六互八十。爲三十六倍原銀而少二千八百八十。又以十二互四十。爲十二倍原銀而少四百八十也。彼以少十八少四十八相減餘三十。爲九倍與八倍相減餘一個原銀之數。卽此條以少二千八百八十。少四百四十相減。餘二千四百。爲三十六倍與十二倍相減。餘二十四個原銀之數也。又甲銀六十兩。較原銀一百兩。爲四十分之二十四分。若以較二千四百兩。則爲四十分之一分。將二千四百兩分爲四十分。每分得六十兩也。蓋二千四百。乃二十四個一百。以一百分四十分。乃小四十分。以二千四百分四十分。乃大四十分。大四十分爲小四十分之二十四倍。則大四十分中一分。必爲小四十分中一分之二十四倍。故六十兩。在小四十分中爲二十四分。而在大四十分中爲一分。法爲四十分而得二千四百。若一分之得六十也。

㊉九 如有香爐二座。不知其重。但知爐蓋一個。重一百五十斤。如以蓋加甲爐。則重於乙爐三倍。若以加乙爐。則與甲爐等重。問二爐各重若干。

曰甲爐三百斤。乙爐一百五十斤。

法先借三十斤爲甲爐衰。加蓋一百五十斤。共一百八十斤。內取三分之一。得六十斤。爲乙爐衰。因甲爐加蓋比乙爐重二倍。故以六十斤爲乙爐衰也。以乙爐衰六十斤。加蓋一百五十斤。共二百一十斤。與甲衰三十斤相較。甲衰少一百八十斤。不能等重矣。命曰借三十斤。少一百八十斤。書於右。再借九十斤爲甲爐衰。加蓋一百五十斤。共二百四十斤。內取三分之一。得八十斤。爲乙爐衰。以乙爐衰。加蓋一百五十斤。共二百三十斤。與甲

衰九十斤相較。甲少一百四十斤。命之曰甲借九十斤。少一百四十斤書於左。倣盈朒章兩不足法算之。三十九十相減餘六十斤少一百八十少一百四十相減餘四十斤　以兩少數相減。餘四十斤爲一率。兩借數相減。餘六十斤爲二率。少一百八十斤爲三率。求得四率二百七十斤。加借三十斤。得重三百斤。爲甲爐數。蓋初借三十斤。而差一百八十斤。後多借六十斤。則少差四十斤。夫少差四十斤。必須多借六十斤。則欲不差此一百八十斤。必須添借二百七十斤乃可也。

又法用互乘。書左右後。卽互乘。如下圖。

三十斤　少一百八十斤一萬六千三百斤。

九十斤　少一百四十斤四千二百斤。

相減餘一萬二千斤

以原少一百八十斤。與少一百四十斤。相減餘四十斤爲一率。以互乘減餘一萬二千斤爲二率。以甲爐一爲三率。徑求得四率三百斤。爲甲爐數。蓋右借數互左少乃加三十倍也。左借數互右少乃加九十倍也。三十九十相減餘六十倍。則互乘減餘之一萬二千斤。乃六十個總差數也。一個總差數乃二百斤。六十個則一萬二千斤也。問總差何以知爲二百斤。曰此條之總差。猶上條之原銀也。上條甲衰二十四。原銀衰四十。二十四衰爲六十。則四十衰爲一百矣。此條甲爐衰六十。總差衰四十。六十衰爲三百斤。則四十衰爲二百斤矣。而甲爐重三百斤。以較總差數二百斤爲四十分之六十分。少差四十斤。由於多借六十斤。則欲不差一百八十斤。必須再借二百七十斤。蓋一百八十之與二百七十。亦如四十

之與六十也。則二百斤之與三百斤。獨不如四十之與六十乎。若以較一萬二千斤則爲四十分之一。將一萬二千斤。以四十分之。每分得三百斤。蓋一萬二千斤。乃六十個總差數。分爲四十分。乃小四十分。六十個總差數。分爲四十分。乃大四十分。大四十分。卽小四十分之六十倍。則大四十分之一分。卽小四十分之六十分可知也。故四十分一率而爲一萬二千斤二率。若一分三率之爲三百斤四率也。

㊀如甲乙二鐘不知重。但云取乙鐘八十斤入甲。則乙所餘得甲鐘四分之一。若取甲鐘八十斤入乙。則甲所餘得乙鐘三分之二。問各重。曰甲鐘二百四十斤。乙鐘一百六十斤。

法先借一百二十爲甲衰。加乙所入八十斤。共重二百斤。四分之得五十斤。五十斤乃四分之一。加八十斤。得一百三十斤。爲乙衰。若取甲八十斤入乙。則乙得二百一十斤。而甲止餘四十斤。加一半二十斤。得六十斤爲乙鐘數。甲所餘得乙三分之二。故以六十斤爲三分。四十斤爲三分之二分。而與乙鐘二百一十斤相較。則少一百五十斤。命之曰借一百二十斤。少一百五十斤。書於右。再借三百六十斤爲甲衰。加乙所入八十斤。得四百四十斤。此條四分之得一百一十斤。加八十斤。得一百九十斤爲乙衰。若取甲八十斤入乙。則乙得二百七十斤。而甲止餘二百八十斤。加一半一百四十斤。得四百二十斤。爲乙鐘數。而與乙鐘二百七十斤相較。則多一百五十斤。命之曰借三百六十斤。多一百五十斤。書於左。用一盈一朒法算之。於是以一多一少兩數相加。得三百斤爲一率。兩借數相減。餘二百四十斤爲二率。少一百五十斤爲三率。求得四率一百

二十斤。加借一百二十斤。共二百四十斤。爲甲鐘。若以多一百五十斤爲三率。求四率一百二十斤。則當與所借三百六十斤相減。得甲鐘。

一　三百斤

二　二百四十斤

三　少一百五十斤

四　一百二十斤

法爲以兩差之較三百。比兩借之較二百四十。若差數一百五十。比借數一百二十也。

又法用互乘。

一百二十斤　少一百五十斤五萬四千斤。

三百六十斤　少一百五十斤一萬八千斤。

併得七萬二千斤

以原少一百五十斤。原多一百五十斤。併得三百斤爲首率。以互乘所併七萬二千斤爲次率。甲鐘一爲三率。得四率二百四十斤。爲甲鐘數。

一　三百斤

二　七萬二千斤

三　一

四　二百四十斤

蓋右借數互左多數。乃加一百二十倍也。左借數互右小數。乃加三百六十倍也。相減餘二百四十倍。則互乘所併七萬二千斤。卽二百四十倍總差數也。一個總數三百斤。二百四十個總數。合七萬二千斤。而甲鐘重二百四十斤。較總差數三百斤。爲三百分之二百四十分。若較二百四十個總數差七萬二千斤。則爲三百分之一分。以二百分七萬二千斤。每分得二百四十斤。故三百分而爲七萬二千斤。若一分之爲二百四十斤也。

㈡如有羊三羣。丙羣四百隻。此與十九條所問同。丙四百隻。如爐蓋之一百五十斤也。乙羣爲甲丙兩羣二分之一。如以蓋加甲。則甲爐重於乙也。甲羣爲乙丙兩羣三分之一。如以蓋加乙。則乙爐重於甲也。問甲乙各羊若干。曰乙三百二十隻。甲二百四十隻。

㈢如有田一百畝。令甲乙二人分耕。若以甲田三分之一與乙。以乙田五分之一與甲。則各得田五十畝。問各田若干。曰甲田六十四畝二分八釐零。乙田三十五畝七分一釐零。

法先借三十畝爲甲衰。而以七十畝爲乙衰。甲取十畝三分之一也。與乙。乙取十四畝五分之一也。與甲。則甲止得田三十四畝。甲三十畝。去十畝得十四畝。共三十四畝。與各得五十畝相較。則少十六畝。命之曰甲借三十畝。少十六畝。書於右。再借六十畝爲甲衰。而以四十畝爲乙衰。甲取二十畝三分之一。與乙。乙取八畝五分之一。與甲。則甲得田四十八畝與各得五十畝相較。少二畝。命之曰甲借六十畝。少二畝。書於左。餘法同。止錄四率。

一　十四畝
二　三十畝
三　十六畝
四　三十五畝七分一釐零。

一　十四畝
二　九百畝
三　一人
四　六十四畝二分八釐零。

㊂如甲丙丁三人共銀二百一十兩。只云甲與丙四分之一。丁與甲二分之一。丙與丁三分之一。則每人各得七十兩。問各人銀數。　曰甲四十兩。　丁八十兩。　丙九十兩。

法先借十兩爲甲衰。此數減四分之一。二兩五錢。餘七兩五錢。與各得七十兩相較。差六十二兩五錢。爲丁銀二分之一。加一倍得一百二十五兩。爲丁銀數。因甲與丙四分之一。丁與甲二分之一。乃成七十兩。今甲除與丙外。所存止七兩五錢。必加六十二兩五錢。乃成七十。是所加之六十二兩五錢。卽爲丁所與二分之一。故倍之得丁全銀也。又併甲衰十。丁衰一百二十五。共一百三十五。與總銀二百一十兩相減。餘七十五兩。爲丙衰。於丙衰減三分之一。二十五兩。餘五十兩。加甲所與四分之一。二兩五錢。共得五十

二兩五錢。此數與各得七十兩相較。則少十七兩五錢。命之曰甲借十兩少一十七兩五錢書於右。再借二十八兩爲甲衰。此數減四分之一。七兩。餘二十一兩。與各得七十兩相較。差四十九兩。爲丁銀二分之一。加一倍得九十八兩。爲丁銀差數。又併甲丁兩衰得一百二十六兩。與總銀二百一十兩相減。餘八十四兩。爲丙銀衰數。又於丙衰內減三分之一。二十八兩。餘五十六兩。加甲所與四之一。七兩。共得六十三兩。此數與各得七十兩相較。則少七兩。命之曰甲借二十八兩。少七兩書於左。餘法同。止錄四率。

一　十兩五錢
二　十八兩
三　十七兩五錢
四　三十兩加借十兩得甲數。

一　十兩五錢
二　四百二十兩
三　一人
四　四十兩

此疊借三色法也。借衰時。加減甚繁。然條理分明。自能了然。如前借甲衰十兩。丙衰七十五兩。丁衰一百二十五兩。若於丁衰減二分之一。六十二兩五錢與甲。加丙衰三分之一。丙與丁二十五兩。得八十七兩五錢與七十兩相較。則多十七兩五錢。丙差與丁差。其數一也。至再借二十八兩爲甲衰。其加減亦與前借數同。惟甲成七十兩。至丙則少七兩。丁則多七兩。其數又同。故但取丙差數也。

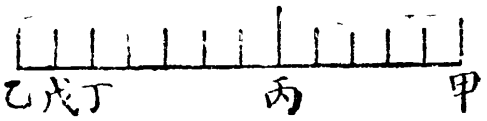
㊃如大小兩船僱夫。小船每客出銀。爲大船每客五分之四。若大船八人。小船五人。出銀則不足七兩。若大船六人。小船八人。出銀則不足三兩。問共銀及每人各出銀若干。　曰共銀一百二十七兩。　大船每人出十兩。　小船每人出八兩。

法以五分爲大船每人衰數。四分爲小船每人衰數。以五分與大船八人相乘。得四十分。爲大船八人共衰。以四分與小船五人相乘。得二十分。爲小船五人共衰。相併得共出銀六十分。乃將出六十分少七兩。書於右。又將五分與大船六人相乘。得三十分。爲大船六人共衰。以四分與小船八人相乘。得三十二分。爲小船八人共衰。併得共出銀六十二分。乃將出六十二分。少三兩。書於左。用盈朒本法算之。以六十分與六十二分相減。餘二分爲法。以兩少數相減餘四兩爲實。法除實得二兩。爲每分之銀數。以六十分乘之。得一百二十兩。加少七兩。得一百二十七兩。爲僱夫之總銀數。又以每分二兩。與大船每人衰數五分。相乘得十兩。爲大船每人所出銀數。以每分二兩。與小船每人衰數四分。相乘。得八兩。

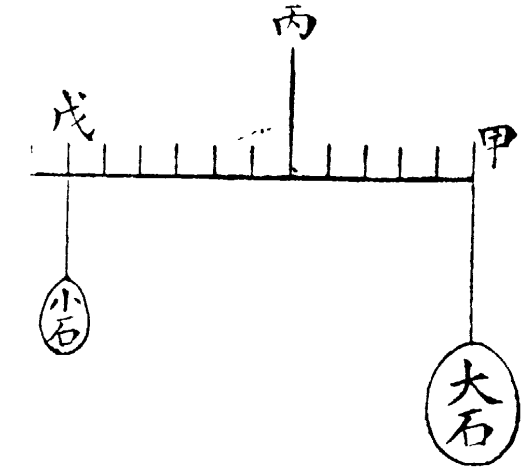
爲小船每人所出銀數。此盈朒本法。因有借分爲衰數之故。故附於此。以備疊借之一體云。

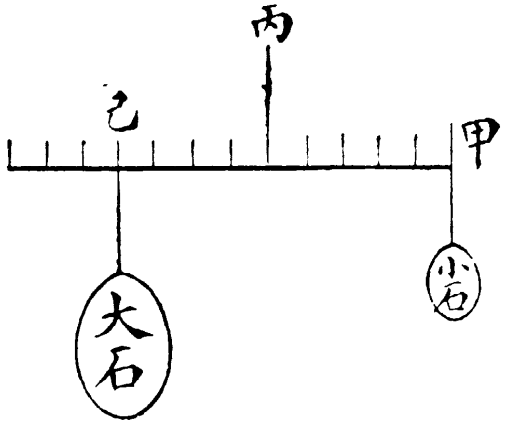
㊀如有石二塊。不知重。有銅條一根。長十二寸。每寸重一兩。於第五寸丙處作提繫。互換稱之。先以大石掛於甲處。離丙五寸。而以小石作錘稱之。離丙六寸。恰平。次以小石掛甲處。而以大石作錘稱之。離丙四寸。恰平。問二石輕重。　曰大石重一百三十二兩。　小石重一百零八兩。

法以甲丙五寸。倍作甲丁十寸。與甲乙十二寸相減。餘丁乙二寸。折半得丁戊一寸。與丙丁五寸相加。得丙戊六寸。乃以甲丙五寸爲一率。丙戊六寸爲二率。丁乙二寸作二兩爲三率。求得四率二兩四錢爲取平之法。蓋提繫在丙。必於甲處加二兩四錢。始與丙乙七寸相平。何也。甲丙與丙丁等重。而丙丁則多丁乙二兩。無異有一稱杆。甲丙頭與丙乙尾等重。而掛重二兩之錘於戊處也。戊爲丁乙之中。故掛於此。　稱杆頭尾等重。則物懸甲。錘懸丁。物與錘亦必同重二兩。若物輕於二兩。則錘必在丁之內。物重於二兩。則錘必在丁之外矣。而其物輕重分數。則以錘在丁處。距丙五寸爲法。除物二兩。得錘距丙一寸。物重四錢。距二寸。物重八錢。距三寸。物重一兩二錢。距四寸。物重一兩六錢。距五寸。在丁。物重二兩。距六寸在戊。則物重二兩四錢也。夫以丙丁五寸。分甲物二兩。猶之以甲丙五寸。分丁錘二兩也。而甲丙五寸。分丁錘二兩。猶之甲丙五寸。分丁乙二兩也。以甲丙五寸



爲一率分二率之二兩。而以六寸爲三率乘之。得二兩四錢。因二率三率之位可互易。故以六寸爲二率。二兩爲三率也。於是先借二十六兩四錢爲大石衰數。內減取平之二兩四錢。以益甲丙少丙乙之數。餘二十四兩用六分爲一率。五分爲二率。大石在甲。離丙五寸。如五分。小石在戊。離丙六寸。如六分。是小石權大石。大石得六分。大石權小石。小石得五分也。二十四兩爲三率。求得四率二十兩。爲小石衰數。大石六分得二十四。則小石五分得二十兩矣。蓋每分四兩也。又於小石衰數二十兩內。減取平之二兩四錢。餘十七兩六錢。用四分爲一率。五分爲二率。小石在甲。離丙五寸。大石在己。離丙四寸。是大石權小石。得四分。小石權大石。得五分也。十七兩六錢爲三率。求得四率二十二兩。此又以小石衰。轉求大石衰。試其合否也。與所借大石衰數二十六兩四錢相減。則少四兩四錢。不合矣。蓋眞數乃合也。○大石眞數爲一百三十二兩。除減取平二兩四錢。餘一百二十九兩六錢。以六分分之。每分得二十二兩。以五因之。得小石眞數一百零八兩。以小石眞數一百零八兩。減取平之二兩四錢。餘一百零五兩六錢。以四分分之。每分得二十六兩四錢。以五因之。仍得大石眞數一百三十二兩。所謂眞數則合也。今止借二十六兩四錢。計少借一百零五兩六錢。故差四兩四錢。然則欲不差此四兩四錢。必須多借一百零五兩六錢。以足眞數。乃合也。書於右。再借三十二兩四錢。爲大石衰數。減去取平之二兩四錢。餘三十兩。用六





分爲一率。五分爲二率。三十兩爲三率。求得四率。二十五兩。爲小石衰數。又以小石衰二十五兩。減去取平之二兩四錢。餘二十二兩六錢。用四分爲一率。五分爲二率。二十二兩六錢爲三率。求得四率二十八兩二錢五分。與所借大石衰數三十二兩四錢相較。亦少四兩一錢五分。書於左。用兩不足法算之。

借二十六兩四錢　少四兩四錢

借三十二兩四錢　少四兩一錢五八

於是以兩少數相減。餘二錢五分。爲一率。兩借數相減。餘六兩。爲三率。以少四兩四錢爲三率。求得四率一百零五兩六錢。少差二錢五分。由多借六兩。則欲不差此四兩四錢。必須多借一百零五兩六錢也。加借二十六兩四錢。共一百三十二兩。卽大石重數內減取平之二兩四錢。餘爲三率。六分爲首率。五分爲二率。求得小石重數一百零八兩。此條亦入方程。其法以大石五分。乘取平之二兩四錢。得十二兩。爲五大石多於六小石之數。大石五分。與小石六分平。則五大石。與六小石平也。又以小石五分。乘取平之二兩四錢。亦得十二兩。爲四大石少於五小石之數。依較數方程法算之。

附權衡法

㊀如原稱錘重一斤。失去。今以重二斤之錘稱物。得十二斤。問此物實重若干。　曰二十四斤。

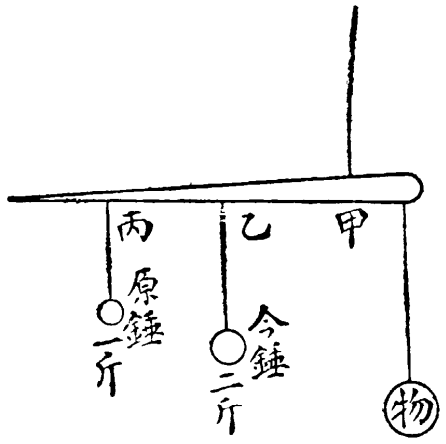
法以原錘一斤爲一率。今錘二斤爲二率。物十二斤爲三率。求得四率二十四斤。

此轉比例也。如圖以今錘二斤。乘今重甲乙十二斤。得二十四斤。與以原錘一斤。乘原重甲丙二十四斤同實。故以首實除之。得四率。

㊀七 如原錘稱物得二十四斤。因失去錘。取別錘重二斤者稱此物。得十二斤。問原錘。曰重一斤。

法以二十四斤爲一率。二斤爲二率。十二斤爲三率。求得四率一斤。

按此惟稱頭與稱尾等重者乃然。如稱尾重於稱頭則不準。試作甲乙二稱。其杆之長短分寸相同。尾皆重於頭二兩。錘皆一斤。有甲乙二物。各重十斤。以甲稱於十斤處懸錘稱甲物。亦以乙稱懸錘於十斤處稱乙物。其皆恰平無疑也。若將乙物併掛甲稱鉤。將乙錘加甲錘。則稱甲乙二物。必得十斤一兩。何者。以少乙稱尾二兩也。此不可不知。



開平方法

平方卽方面也。其邊則長闊相等。其積則邊自乘之數也。開平方者。以所設之積。用法開除之。而得其每邊若干也。初商用平方大籌取數。

平方大籌式

朱書乃行數

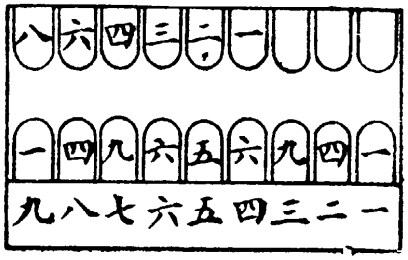
墨書各數名籌積。乃行數自乘所得。如第五行數。五自乘得二十五是也。

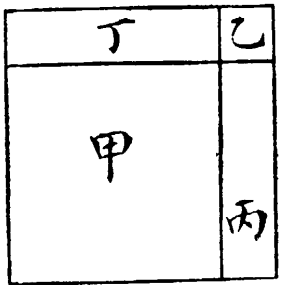
初商法。查籌積何行與設積相合。如設積三十六尺。查與第六行籌積三六相合。則以其行數之六爲初商六尺。以籌積與設積相減恰盡。是初商卽了。無次商也。若籌積無與設積合者。則取籌積某行。略少於設實者。以其行數爲初商。於設積內減去籌積。餘實爲廉隅之積。以待次商也。廉二隅一見下圖。

甲方也。初商積也。丙丁皆廉也。乙隅也。次商積也。

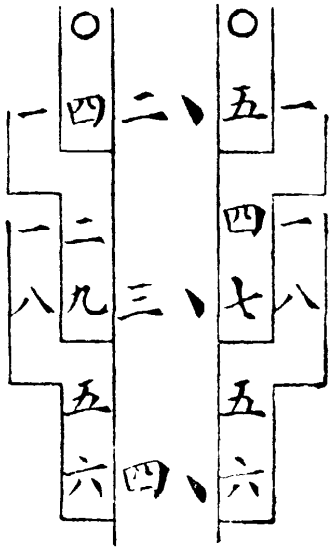
㊀如平方積五丈四十七尺五十六寸。問邊若干。　曰二丈三尺四寸。

法先列實。隔一位記一點。蓋平方大籌。合十單兩位。故截實二位爲一商。方積二位。定方邊一位也。如上所舉三十六尺者。方積二位也。初商六尺者。方邊一位也。記點自下而上。從單寸位記起。若實不至單位者。則於實末作○以存其位。於末○點起。卽定此位所商爲寸。次於單尺位再記。卽定此位所商爲尺。次於單丈位再記。卽定此位所商爲丈。若問者云。積五萬四千七百五十六寸。則定末點爲寸位。上一點爲十寸位。最上一點爲百寸位。蓋十寸卽一尺。百寸卽一丈也。查記三點知商有三次。又查缺十丈位。每點十單。二位。今止有單丈一位。無十丈位也。當作一○補其空。隨截上點○五丈爲初商實查大籌積

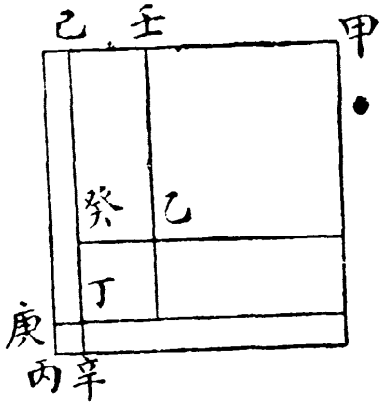




無恰合者。惟第二行積〇四。略少於截實。遂對錄籌積之首爲〇。與設積之首〇。相對錄之。以相減。而以其行數之二爲初商二丈。書於實上點五丈之旁。餘實一丈四十七尺五十六寸。以待次商。次商法。截第二點上餘實一丈四十七尺爲次商實。以初商二丈倍之得四丈。廉有二故倍之。即取第四籌加大籌上。第四籌乃合兩廉共長四丈也。大籌可爲方自乘積。亦可爲隅自乘積。在初商則爲方邊之自乘。在次商則爲隅邊之自乘也。初商方邊既爲丈。則次商隅邊必爲尺。尺小於丈一等。故以小籌加大籌。其位恰合也。



名曰廉隅共積。查籌內第三行積一二九。略少於原實。對錄相減。而以其行數之三爲次商。三尺。書於實中點七尺之旁。餘實一八五六。以待三商。三商法。截第三點上餘實一八五六爲三商實。以初次商共二丈三尺。倍之得四丈六尺。即用四六兩籌。加大籌上。查其第四行積一八五六。對錄相減恰盡。即用其行數四爲三商。書於實末點六寸之旁。合之共商得二丈三尺四寸也。爲圖明之。

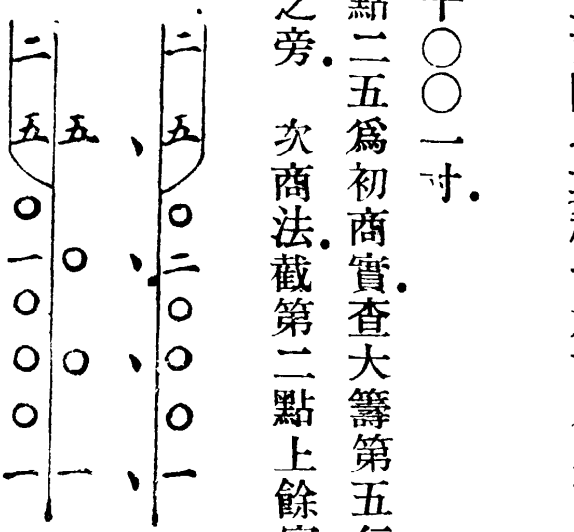


甲乙初商方也。積四丈。乃甲壬二丈乘壬乙二丈所得也。故初商二丈。己乙戊乙次商二廉也。其積一百二十尺。乃倍初商壬乙二丈。爲四丈。乘次商壬己三尺所得也。乙丁次商隅也。積九尺。乃次商乙癸三尺。乘

癸丁三尺所得也。廉隅共積一百二十九尺。故次商三尺。又己庚戊辛三商二廉也。積一千八百四十寸。乃倍初次商己丁二丈三尺。爲四丈六尺。乘三商丁庚四寸所得也。丁丙三商隅也。其積十六寸。乃三商庚丙四寸。乘丁庚四寸所得也。廉隅共積一千八百五十六寸。故三商四寸。

㈡如平方積二千五百〇一萬〇〇〇一寸。問每邊若干。曰五千〇〇一寸。

法列實記點。計四點。知商有四次。初商爲千寸。初商法截上點二五爲初商實。查大籌第五行積二五恰合。遂對錄相減。即用其行數五爲初商五千寸。書於上點之旁。次商法截第二點上餘實〇一萬寸也。爲次商實。倍初商五千寸。得一萬寸。即商三空兩籌加大籌上。大籌偶數也。然其邊爲百寸。以初商爲千寸。則次商當爲百寸知之也。自萬寸至百寸隔一位。故夾入一空籌。查次商應商百寸。而籌積第一行。乃一百〇一萬寸。設次商一百寸。以乘倍初商一萬寸。得一百萬寸。合次商一百寸自乘得一萬寸。共一百〇一萬寸也。法大實小無可減。知次商不能商百。當空一位。遂於初商五十寸之下。對第二點記一〇。將前實改入三商。三商法截第三點上一〇〇爲三商實。次於一空兩籌下。平方大籌上。加入一空籌。蓋三商應商十寸。自餘實首一萬寸至十寸隔二位也。查籌第一行積乃十萬〇一百寸。仍是法大實小無可減。知三商不能商十。當空一位。遂於初次商五〇之下。對第三點紀一〇。將前積一〇〇改入四商。四商法截第四點上一〇



○○一爲四商實。一萬寸○○○一寸也。次於一空空三籌下。平方大籌上。加入一空籌合爲一空空空大共四籌。蓋四商應商一寸。自餘實首一萬寸至一寸隔三位也。查籌第一行積一○○○○一。恰合。遂對錄減盡。而用其行數一爲一寸。書於末點之旁。合之共商得五千○○一寸也。取末商捷法但看實末是何數。查此數在大籌單位何行上。卽取其行數爲末商。如此條實末一字。查在大籌單位第一行。卽以一爲末商是也。然此爲除實得盡者言之。詳下還原法。勿概施也。還原以所商數自乘。合原積。

凡開平方除實得盡者。必皆方邊自乘之積。故以開得之邊自乘還原。如非方邊自乘之積。則除必不盡。其還原法。將開得之邊自乘得數。加入不盡之數。卽與原積合。餘實用命分法命之。如平方積十尺開得邊三尺。除積九尺。餘實一尺。法倍初商三尺得六尺爲兩廉。加一尺爲隅。共七尺。命之曰開得邊三尺。又七分尺之一。意若曰餘實若滿七尺。卽可再商一尺矣。今只有一尺。則不能商一尺。止可商七分尺之一分也。七分尺之一分者。謂以七分爲一尺。而止得一分也。命分法亦可還原。然依古法則不合。蓋古法以分母之七。乘商得之三尺。通爲二十一分。加八分子一分。共二十二分。自乘得四百八十四分爲實。以分母七。自乘得四十九爲法。法除實。得九尺。又四十九分尺之四十三分。以較原實十尺少四十九分尺之六分。此爲隅差。何則。一尺化爲七分者。其邊線也。七分自乘得四十九分者。其面積也。化三尺爲二十一分。自乘得四百四十一分。而以滿四十九分收爲一尺。得方九。此卽初商三尺自乘之積。不

差也。今於二十一分之外。加入分子一共二十二分。自乘得四百八十四分。內減方積四百四十一分。尚餘四十三分。則兩廉各積二十一分。隅積一分也。夫兩廉各積二十一分者。乃以三個七分乘一分也。三個七分乘一分。析而言之爲一個七分乘一分。得積七分尺之一。所謂七分尺之一也。然則必得七個長七分乘闊一分之積。乃合一尺之積。今兩廉共得六個。則隅當得一個。亦當照例。以長一分乘闊一分取之。乃止以長一分乘闊一分得積一分。故差六分也。宜照梅定九法。於自乘得四百八十四分後。又以分母七減分子一。餘六。與分子一相乘。得六分。二數相併。得四百九十分爲實。乃以分母七自乘爲法除之。卽合原數。

㊂如有三百六十一人。用船分載。其船數與每船所載人數相等。問共船若干。　曰。十九隻。　船數如橫之十九。人數如直之十九。橫直相等。卽平方也。

㊃如有銀七百八十四兩。散給夫匠。其人數與每人所得銀數相同。問人數。　曰二十八人。　解題同第三條。

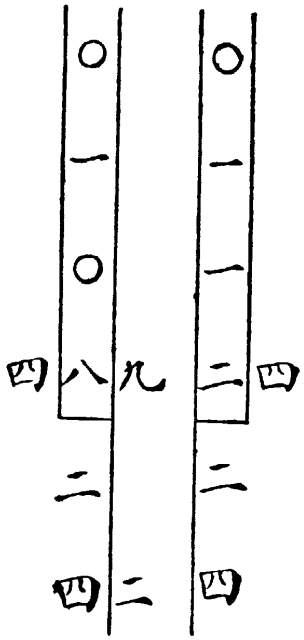
㊄如用船運糧。六千五百六十一石。欲取一船別用。將此船米分載各船。每船領去一石。其本船尚餘一石。問共船若干。　曰八十一隻。　此因一船所載之米。分與各船。每船各領一石。卽共去八十石。故本船尚餘一石也。八十一船。若橫八十一丈。每船八十一石。若直八十一丈。

㈥如有錢一萬五千六百二十五文。買瓜。每瓜一個。與脚錢一文。因無現錢。將一瓜準作脚錢。問瓜數若干。　曰一百二十五個。　共脚錢一百二十五文。將一瓜準折。是一瓜值一百二十五文也。瓜一百二十五個。如橫一百二十五丈。每瓜一百二十五文。如直一百二十五丈。

帶縱較數平方法

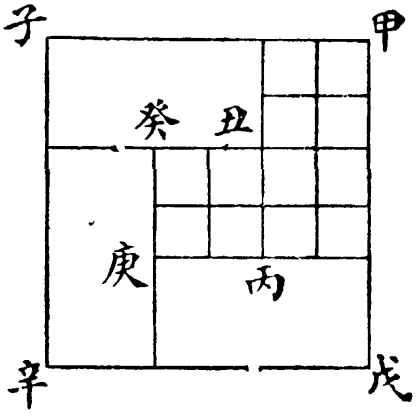
㈠如有長方積一萬一千二百二十四尺。縱多廣三十尺。問縱廣各若干。　曰廣九十二尺。縱一百二十二尺。法列實記點。查記三點。應商一百尺。因有縱多。改商九十尺。加帶縱三十尺。共一百二十尺。卽用一二兩籌查取第九行積〇一〇八。對錄相減。以其行數九爲初商九十尺。書於中點之旁。

次商法。倍初商九十得一百八十。加縱三十共二百一十。照用二一兩籌爲廉法。以較餘實四百二十四。可以商二。就以二爲隅法。併廉隅共二百一十二。改用二一二共三籌。錄其第二行數四二四。對減恰盡。卽用其行數二爲次商。書於末點之旁。合之共商得九十二尺。爲廣。加三十尺得縱也。

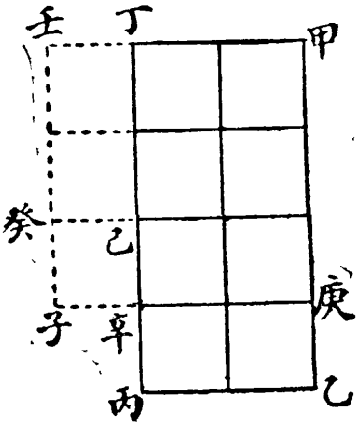


㈡又法如長方積八尺。縱多二尺。問縱廣。　曰廣二尺。縱四尺。

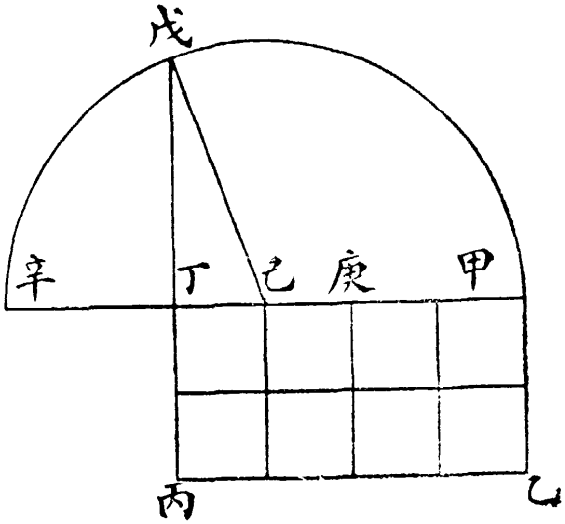
法以積八尺四因之得三十二尺而以縱多二尺自乘得四尺併二數得三十六尺開方得六尺即爲長闊相和之數加縱二尺得八尺折半見長於長內減縱二尺見闊如圖甲丙長方積八尺四因之得甲丙戊庚辛癸子丑四長方內加入縱多二尺自乘之丑庚小正方即成甲戊辛子一大正方其每邊皆長闊之和也



㊂又法如前積先將縱多二尺折半得一尺爲半較自乘仍得一尺與原積八尺相加得九尺平方開之得三尺爲半和於半和減半較餘二尺爲闊於半和加半較得四尺爲長如圖甲丙長方甲丁爲闊丁丙爲長己丙爲縱多之較將較折半於辛而移辛乙爲壬己再加己子半較自乘之方則成甲庚子壬正方形方邊三尺乃半和也（長四尺與闊二尺相和得六尺今止三尺故爲半和）又句股之法併句自乘方與股自乘方二數開方得弦今併半較自乘方與原積開方得半和是半較自乘方（己子）即句自乘方也原積八尺（移爲壬甲庚辛己癸形）即股自乘方也合之爲半和自乘方（甲庚子壬）開方得半和三尺即弦也再爲圖明之戊己丁句股形戊己弦半和也（戊己同甲己並爲員半徑長俱三尺也）己丁句半較也（甲丁長也甲乙闊也庚甲同甲乙所餘庚



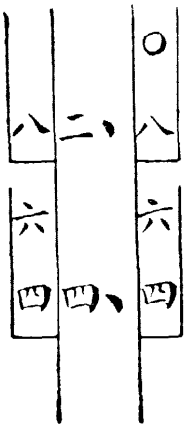
丁。則長闊之較也。折半爲己丁。自乘得一尺。戊丁股也。自乘得八尺。合之得九尺。開方得戊己。半和也。蓋戊丁股自乘。與甲乙丙丁長方積等。此三率連比例之理。三率連比例、中率自乘。與首末兩率相乘等積。法爲甲丁比戊丁。若戊丁比丁辛。丁辛卽丁丙也。解見三角算法。



㊃如有銀三百六十兩賞人。其人數。如橫比每人所得銀數。每人所得銀數如直。爲五分之二。如帶縱。問人數及銀數各若干。曰十二人。每人三十兩。此帶縱十八也。因但云五分之二。如言闊爲二分。長爲五分。而未明言帶縱之數。則不可以上條法算之。於是以五爲一率。三百六十兩爲二率。二分爲三率。得四率一百四十四兩。開方得十二。爲人數。以人數除總銀。見每人得銀三十兩。

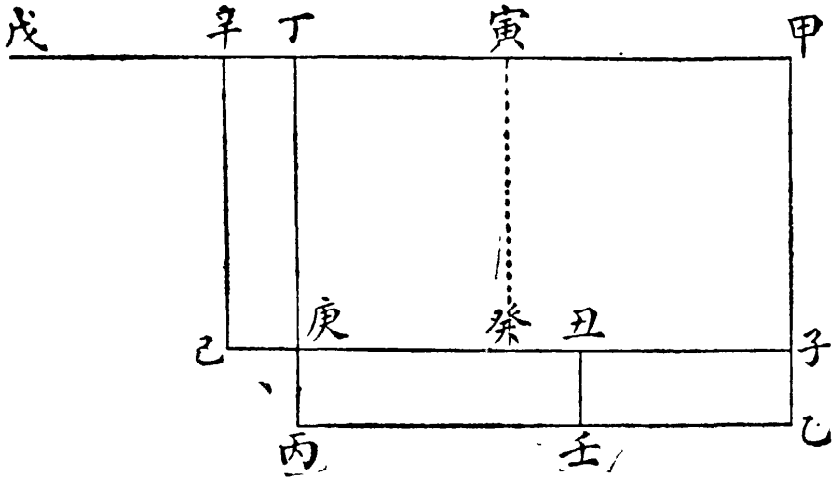
帶縱和數平方法

㊀如長方積八百六十四尺。長闊相和六十尺。問長闊各若干。曰闊二十四尺。長三十六尺。



法列實記點初商二十尺爲闊。以二十尺與相和六十尺相減。餘四十尺爲長。長計多四十尺。長闊相乘。得八百尺。可取第四籌查其二數卽得八。對錄相減。卽用二爲初商。書於上點之旁。次商法倍初商二十尺爲四十尺。與相和六十尺相減。餘二十尺爲廉長。亦計多四十尺。以除餘實六十四尺。約可次商三尺。因廉長。兼有隅邊在內。尚須減去次商之數。隅邊卽次商數也。故取略大之數四尺爲次商。以減廉長餘十六尺爲廉法。取一六兩籌四行積。六四對錄。與餘實相減恰盡。卽用其行數四爲次商。四尺書於末點之旁。合之共商得闊二十四尺。以減和六十尺餘三十六尺爲長。爲圖明之。

甲乙闊二十四尺。　甲丁長三十六尺。　相乘爲甲丙長方。　甲戊長闊和六十尺。　初商甲子闊二十尺。卽辛戊。以減甲戊和。餘甲辛長四十尺。與甲子闊相乘。得甲己長方。比原甲丙長方。多丁辛四尺乘丁庚二十尺之丁己長方。而少子乙四尺乘子庚三十六尺之子丙長方。除移丁己補相等之丑丙長方。尚少一子壬長方。乃足原額子壬長方。其闊則子乙四尺。其長則子丑十六尺也。



所以知子丑爲十六尺者。以借初商辛戊二十尺。爲戊寅四十尺。與相和之甲戊相減。餘甲寅。卽子癸二十尺。而丑癸卽次商四尺也。（癸子三十六尺也。癸丑與丁庚等。則二十尺也。於三十六尺內減庚丑二十尺。餘子丑十六尺。今子癸又爲二十尺。則丑癸固四尺矣。）故倍初商與和相減。得子癸。又與次商丑癸相減。得子丑。以乘次商子乙也。

㈡一法以前積四因之。得三千四百五十六尺。而以和六十尺。自乘得三千六百尺。減去四因之數。餘一百四十四尺。開方得十二尺。爲長闊之較。以加相和六十尺。折半得長。若以較減和。卽得闊。（此及下法。並以上篇第二三條對看便明。）

㈢一法以和折半得三十尺爲半和。自乘得九百尺。與原積八百六十四尺相減。餘三十六尺。開方得六尺。爲半較。以減半和得闊。若相加則得長。

㈣如有錢四千七百六十文。買樹不知數。但知樹之共數。與每株價相加。得一百七十四。問樹數及價各若干。　曰樹三十四株。　每株價一百四十文。　此以樹數爲闊。價爲長也。

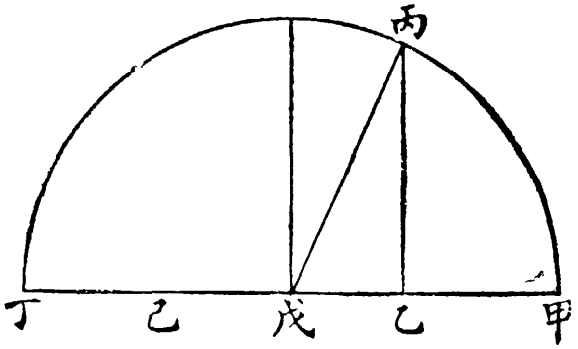
㈤如有五百八十八人用船均載。其船數與每船所載人數相加。比船數多四分之三。問船數與每船人數各若干。　曰船十四隻。　每船四十二人。　此以船數爲闊。每船所載人數爲長。船數與人數相加。卽如長闊之和。和數既比船數多四分之三。則是和數爲四分。（和數五十六。以四歸之每分十四。）船數爲一分。（十四）每船人數爲三分。（四十二乃三個十四也。）卽如闊爲一分。長爲三分也。因未明言相和之數卽不可用上法算之。於是

將五百八十八人。以三歸分之。船數一分。人數三分。難算。故於人數止取三分之一。則人數船數皆同。是一分。如長與闊同。變長方形爲正方形矣。得一百九十六人平方開之。得十四爲船數。以三因之。得四十二。爲每船人數也。

句股

定句股弦無零數法

○問今欲設一句股形。須句股弦三者俱無不盡之數。如句三股四弦五之齊整無零。何法取之。曰當用三率連比例法。擇數之可爲法。歸除必盡者。以爲首率。其中率。則可任取一數爲之。中率爲股。自乘得數。首率爲法除之。得末率。次以首率與末率相減。餘折半爲句。以首率與末率相加。折半爲弦。則三者俱無零數矣。如擇四尺爲首率。四歸無不盡之數。二歸五歸八歸及十六三十二等皆可擇用。任以六尺爲中率。即爲股。股自乘得三十六尺。以首率四尺除之。得末率九尺。以首率四尺。與末率九尺相加。得十三尺。折半得六尺五寸爲弦。如下圖。

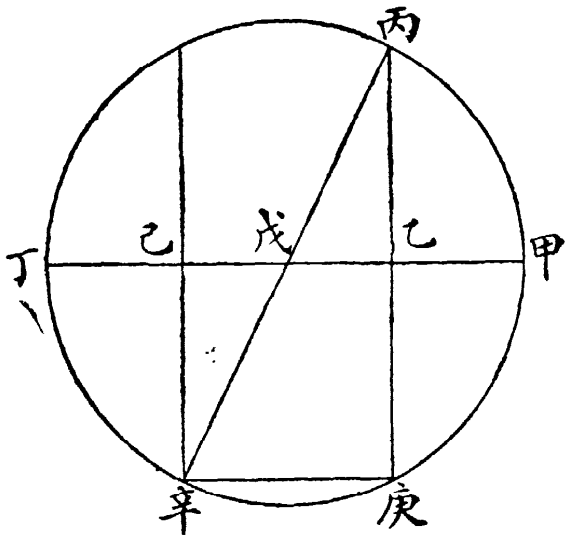


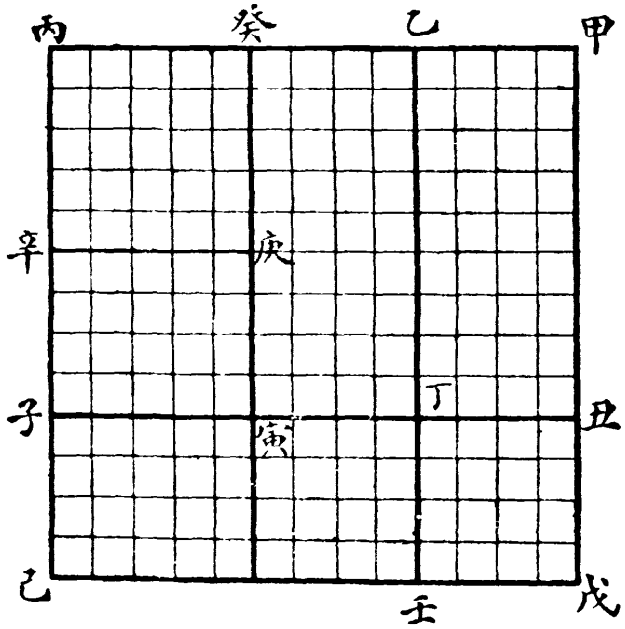
甲乙首率四尺也。丙乙中率六尺股也。乙丁末率九尺也。己丁如甲乙四尺。甲乙與乙丁相減。減此也。乙己則減餘之五尺也。折半爲乙戊二尺五寸句也。甲乙乙丁相加爲甲丁十三尺。折半爲丁戊六尺五寸。即丙戊。丙戊丁戊皆半徑也。

弦也。若倍中率爲股。則首末率相減之餘卽爲句。相加卽爲股。均不用折半。如下圖。

倍丙乙六尺。爲丙庚十二尺。股也。庚辛與減餘之乙己平行。同爲五尺句也。丙辛與相和之甲丁。同爲員徑。俱長十三尺。弦也。又以積考之。凡此邊倍於彼邊者。則此積必四倍於彼積。如邊一尺。自乘得積一尺。若邊二尺。自乘則得積四尺是也。如下圖。

甲丙甲戊皆弦十三尺。甲戊己丙。其自乘方也。較上圖丙戊弦。六尺五寸。自乘方。爲四倍。癸丙癸庚皆句五尺。癸庚辛丙。其自乘方也。較上圖乙戊句二尺五寸自乘方爲四倍。並易見者也。若股十二尺。自乘方。則爲甲戊己辛庚癸磬折形。於甲戊己丙弦自乘方內。除癸庚辛丙句自乘方。餘此。卽股自乘方。其四倍上圖丙乙股自乘方之處。頗難見。



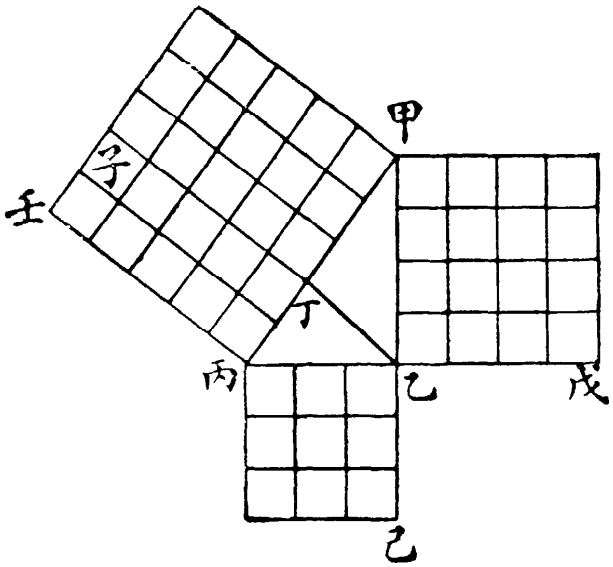


不知三率連比例法。丙乙中率自乘。與甲乙首率乘乙丁末率等積。丙乙六尺自乘得三十六尺。甲乙四尺乘乙丁九尺。亦得三十六尺。然則四個丙乙自乘卽同四個甲乙乘乙丁。今股十二自乘之甲戊己辛庚癸磬折形。固包四個甲乙乘乙丁之長方在內者也。甲丑乙丁一。丁壬己子一。乙丁寅癸一。庚寅子辛合丑戊壬丁一。

句股弦相求法

㊀如股四句三求弦。

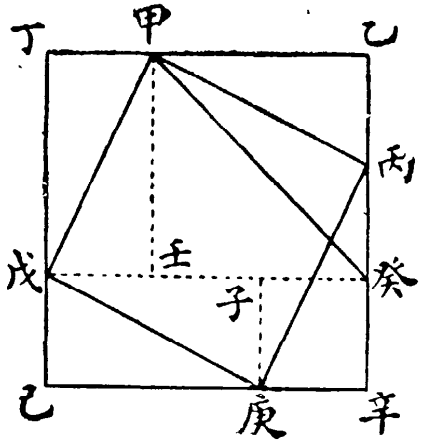
法以股四自乘得十六。句三自乘得九。相加得二十五。開方得弦五。如圖。甲乙丙句股形。其甲乙股自乘爲甲戊方。乙丙句自乘爲丙己方。合之。必等甲丙弦自乘之甲壬方。試自乙角作乙丁子線。分甲壬方爲甲子與丁壬兩長方。亦分甲乙丙句股形爲甲乙丁與乙丁丙兩同式句股形。其甲丁股與甲乙弦之比。若甲乙股與甲丙弦之比。爲連比例三率。則甲乙中率自乘之甲戊方。必與甲丁首率乘丁子卽甲丙。末率之甲子方相等。又丁丙句與乙丙弦之比。同於乙丙句與甲丙弦之比。爲連比例三率。則乙丙中率自乘之丙己方。必與首



率丁丙乘末率壬丙（即甲丙）之丁壬方相等矣。故開方得弦五也。

再爲圖明之。

甲乙丙句股形。即丙辛庚。庚己戊。戊丁甲。甲壬戊。戊子庚。各形也。而甲乙癸壬。則甲乙股自乘方。子庚癸辛。即庚辛句自乘方。亦即乙丙句自乘方也。而移甲乙丙。以塡戊子庚。又移丙辛庚。以塡甲壬戊。即成甲戊丙庚方。乃甲丙弦之自乘也。



㊀如句三弦五求股。

法以句三自乘得九。弦五自乘得二十五。相減餘十六。開方得股。觀前圖可明。下條同。

㊁如股四弦五求句。

法以股四自乘得十六。弦自乘得二十五。相減餘九。開方得句。

句股求積法

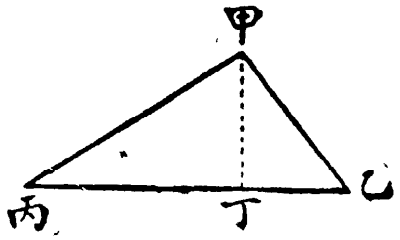
○法以句與股相乘。折半得積。

句股形求中垂線法

○如句六尺股八尺。弦十尺。欲自甲角作垂線至弦。問長若干。　曰四尺八寸。

法以乙丙弦十尺爲一率。甲乙句六尺爲二率。甲丙股八尺爲三率。推得四率四尺八寸。卽甲丁垂線。

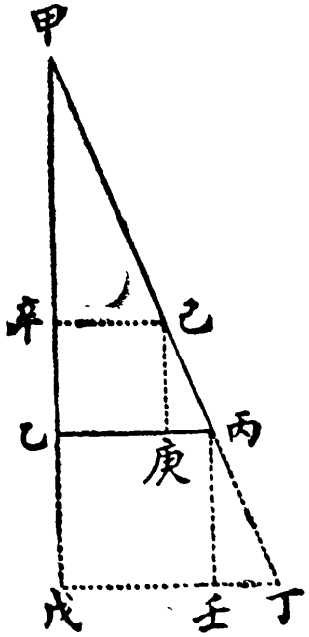
如圖甲丁垂線。分甲乙丙句股。爲甲丁乙甲丁丙二句股。皆爲同式形。故乙丙弦與乙甲句之比。若甲丙弦與甲丁句之比也。若問所分乙丙弦之大小。則以甲乙句六尺。自乘得三十六尺。以乙丙弦十尺除之。得乙丁三尺六寸。若以甲丙股八尺自乘得六十四。而以乙丙弦十尺除之。得丁丙六尺四寸也。蓋乙丙弦之比甲乙句。若甲乙弦之比乙丁句爲三率連比例。三率連比例。以甲乙中率自乘爲實。而以首率乙丙除之。卽得末率乙丁也。餘倣此。



句股求容方法

㊀如句五尺。股十二尺。問內容方幾何。　曰三尺五寸二分九釐零。

法以句五尺。乙丙卽乙戊。與股十二尺。甲乙。相加得十七尺。卽甲戊。爲一率。句五尺。乙丙。爲二率。股十二尺。甲乙。爲三率。求得四率容方邊三尺五寸二分九釐零。己辛。如圖甲乙丙句股內己庚乙辛。其所容方也。將甲乙丙句股。



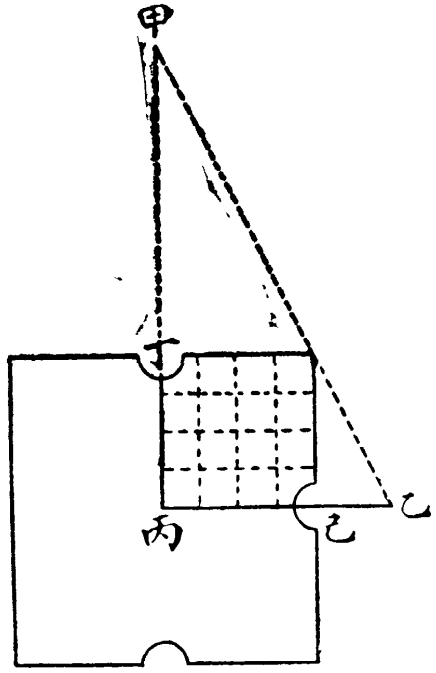
擴而大之。爲同式之甲戊丁句股。內乙丙壬戊。其所容方也。法爲甲戊比乙丙。若甲乙比辛己也。

㈡如有方城一座四正開門自南門直行八里。有一塔。自西門直行二里切城角見塔。問城每面若干。

曰八里。

法以二里與八里相乘。得十六里。開方得容方邊四里。倍之得城每面八里。

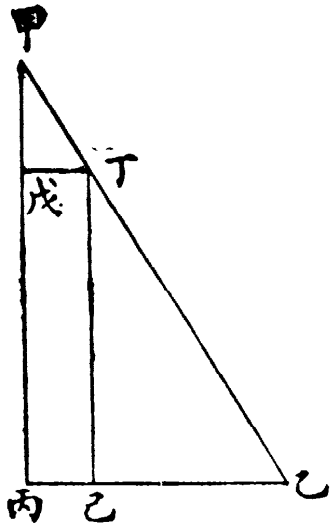
如圖。甲至丁八里。乙至己二里。此首率與末率也。丁至丙丙至己皆四里。乃中率也。首率與末率相乘之積。同於中率自乘之積。



㈢如甲乙丙句股形。內容丁己丙戊長方形。但知丁戊闊爲戊丙長四分之一。從甲至戊四尺。從乙至己九尺。問長方及句股各若干尺。

曰長方闊三尺。長十二尺。句十二尺。股十六尺。

法以四尺與九尺相乘。（即首末率相乘。）得三十六尺。爲內容長方之積。（首末率相乘之積。即中二率相乘之積。）用四歸之。（因闊爲四分之一。故四分之而取其一。）得九尺。開



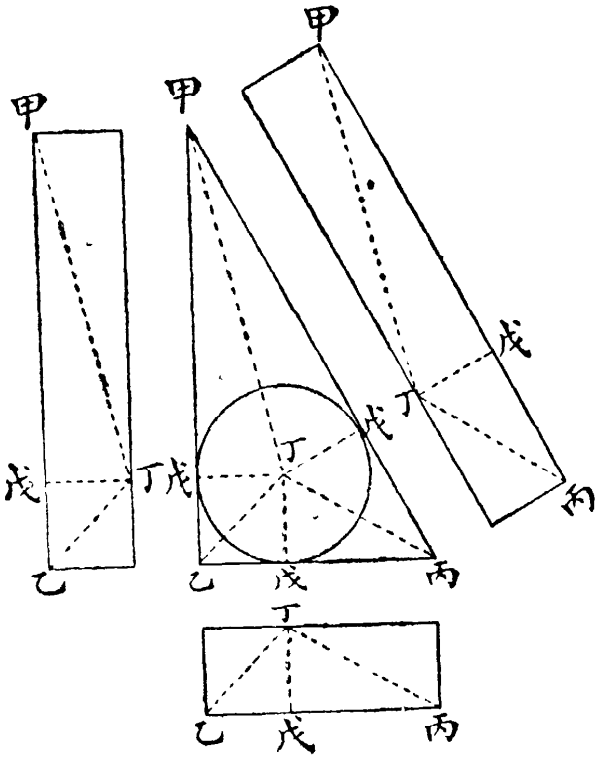
方得己丙三尺。卽長方之闊。四因之。得戊丙長十二尺。十二尺加甲戊四尺。得股十六尺。又己丙三尺。加乙己九尺。得句十二尺。如下圖。四率之法。甲戊比戊丁。若丁己與己乙。中二率相乘。與首末二率相乘同積也。

句股求容員徑法

㊀如句八尺。股十五尺。弦十七尺。問內容員徑若干。　曰六尺。

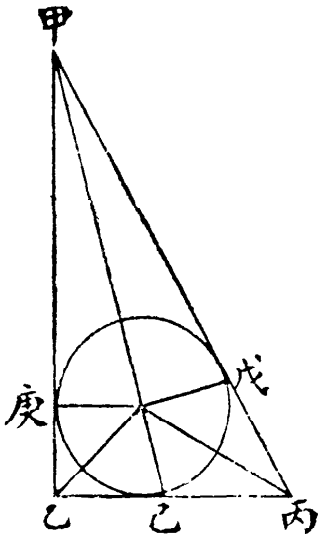
法以句八尺。乘股十五尺。得一百二十尺。乃併句股弦三數得四十尺。爲法除之。得三尺爲容員半徑。倍之得全徑六尺。

如圖甲乙丙句股內容員形。試自員心丁作丁甲丁乙丁丙三線。卽分此句股形爲甲丁乙。甲丁丙。乙丁丙。三三角形。於是句股弦三線。皆爲三角形之底邊。而丁戊半徑皆其垂線矣。以垂線乘一底邊爲長方形。必比三角形大一倍。則連三底邊爲一。卽併句股弦三數也。以乘丁戊垂線。必比三三角形大一倍。卽比原甲乙



丙句股形大一倍矣。夫以句乘股得長方積。固句股形之倍積也。故併句股弦卽如連三底。而爲法以除之。以得乙戊垂線也。

㈡又法併句股共二十三尺。內減弦十七尺。餘六尺。卽容員全徑。如圖。既作甲丁丁乙丁丙三線。又作丁戊丁己丁庚三垂線。則弦之丙戊。等句之丙己。弦之甲戊。等股之甲庚。是甲乙股與乙丙句相併。所多於甲丙弦者。獨庚乙與乙己二段耳。今對減去其相等者。而餘此二段。每段長三尺。不共長六尺乎。而此二段。固與垂線平行必相等也。乙庚與丁己平行。乙己與丁庚平行。



和較相求法計六十則。先列目次如左。

句與股弦較求二色一　舊有

句與股弦和求二色二　舊有

股與句弦較求二色附第一條　舊有

股與句弦和求二色附第一條　舊有

弦與句股較求二色三　舊有

弦與句股和求二色四　舊有

句弦和與股弦和求三色五　舊有

句股和與股弦和求三色六　新立

句股和與句弦和求三色附第六條　新立

弦句較與弦股較求三色七　舊有

句股較與句弦較求三色八　變通舊法

股句較與股弦較求三色九　變通舊法

句股和句弦較求三色十　新立

句股和與股弦較求三色十一　新立

句弦和與股弦較求三色附第十一　新立

句弦和與句股較求三色十二

股弦和與句弦較求三色附第十　新立

股弦和與句股較求三色附第十二　變通舊法

句與弦和和求二色十五　已下並變通舊法

句與弦和較求二色十三
句與弦較和求二色十六
句與弦較較求二色十四
股與弦和和求二色十九
股與弦和較求二色十七
股與弦較和求二色二十
股與弦較較求二色十八
弦與弦和和求二色二十三
弦與弦和較求二色二十一
弦與弦較和求二色二十四
弦與弦較較求二色二十二
句股和弦和和求三色附第二十三
句股和弦和較求三色附第二十一
句股和與弦較和求三色三十五

句股和與弦較較求三色三十四　新立

句弦和與弦和和求三色附第十九　變通舊法

句弦和與弦和較求三色三十六　新立

句弦和與弦較和求三色三十七　新立

句弦和與弦較較求三色附第十八　變通舊法

股弦和與弦和和求三色附第十五　變通舊法

股弦和與弦和較求三色附第十六　變通舊法

股弦和與弦較和求三色附第十　變通舊法

股弦和與弦較較求三色三十九　新立

句股較與弦和和求三色三十一　新立

句股較與弦和較求三色四十　新立

句股較與弦較和求三色附第二十四　變通舊法

句股較與弦較較求三色附第二十二　變通舊法

句弦較與弦和和求三色三十二　新立

句弦較與弦和較求三色附第十七　變通舊法

句弦較與弦較和求三色附第二十　變通舊法

句弦較與弦較較求三色四十一　新立

股弦較與弦和和求三色三十三　新立

股弦較與弦和較求三色附第十三　變通舊法

股弦較與弦較和求三色四十二　新立

股弦較與弦較較求三色附第十四　已下變通舊法

弦和和與弦和較求三色三十

弦和和與弦較和求三色二十七

弦和和與弦較較求三色二十八

弦和較與弦較和求三色二十六

弦和較與弦較較求三色二十五

弦較和與弦較較求三色二十九

題下所紀次序乃下文設如次序也其與題之次序異者以題之次序以類相從而設如之次序則以

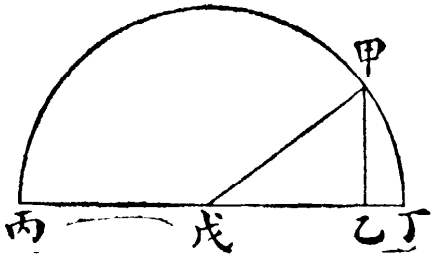
法相從。故不得不異耳。

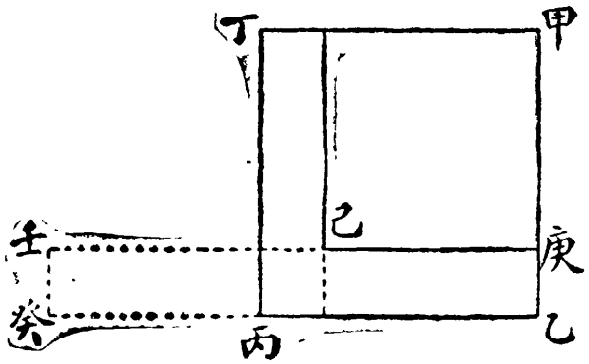
㊀如有句十五尺。股弦較五尺。求二色。（股與句弦較求二色。倣此。）法以句自乘。以股弦較除之。得股弦和。和較相併。折半得弦。而股可知。如圖。甲乙句十五尺。乙戊股二十尺。甲戊弦二十五尺。（丁戊戊丙同。）丁乙股弦較五尺。乙丙股弦和四十五尺。三率連比例法。甲乙中率自率。以乙丁首率除之。得乙戊末率也。

又圖。甲丙爲弦自乘方。甲己爲股自乘方。乙己丁磬折形。與句自乘方積等。移丁己爲壬丙。接連成乙壬長方。其長乙癸卽股弦和。其闊庚乙卽股弦較。故以較除句自乘積。而得和也。

又法。以句自乘。又以股弦較自乘。相減。餘折半。以股弦較除之。得股。借上圖明之。乙己丁磬折形。減去股弦較自乘之己丙方。餘乙己己丁二長方。折半而取其一。其闊庚乙。股弦較也。其長庚己。股也。故以較除折半之積而得股。

㊁如有句二十八尺。股弦和九十八尺。求股弦。（股與句弦和求二色。倣此。）法以句自乘。以

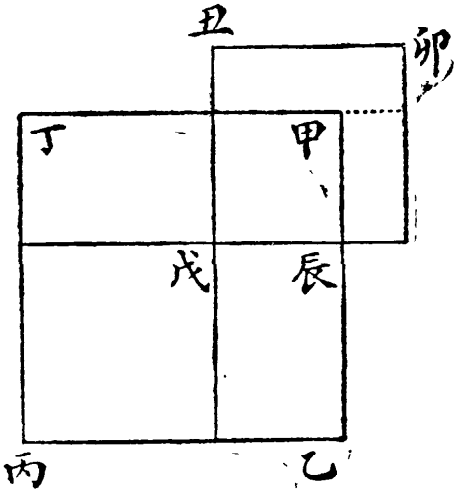




和除之。得股弦較。和較併。折半得弦五十三尺。理詳上條。

又法以句自乘。又以股弦和自乘。二數相併折半。以股弦和除之得弦

如圖。甲丙爲股弦和自乘方。　內戊丙爲弦自乘方。　甲戊爲股自乘方。乙戊丁戊。並股弦相乘之長方。至句自乘之正方。則與丑卯辰磬折形積等。然則以句自乘方。如股弦和自乘方。得弦自乘方二。甲戊股自乘方也。益以與句自乘方等積之丑卯辰磬折形。卽同弦自乘方。與戊丙爲二矣。　股弦相乘長方二。故折半。以股弦和除之。而得弦也。

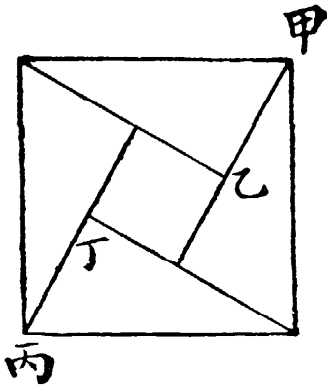


㊂如有弦三十四尺。句股較十四尺。求句股。

法以弦自乘。又以句股較自乘。相減。餘折半。爲句股相乘之長方積。用帶縱較數開方法算之。得句十六尺。股三十尺。

如圖。甲丙弦自乘方也。乙丁句股較自乘方也。相減餘四句股形。合之爲兩長方形。折半得一長方形。其闊卽句。其長卽股。故以帶縱法算之。

又法倍弦自乘數減句股較自乘數。開方得句股和。和較併。折半得股。如



圖。

甲丙句股和自乘方也。內容八句股形。及一壬子方。戊己弦自乘方也。內容四句股形。及一壬子方。倍之則容八句股形。及兩壬子方。故減一壬子方。而其積遂與句股和自乘方等。句股較自乘方。卽壬子方也。

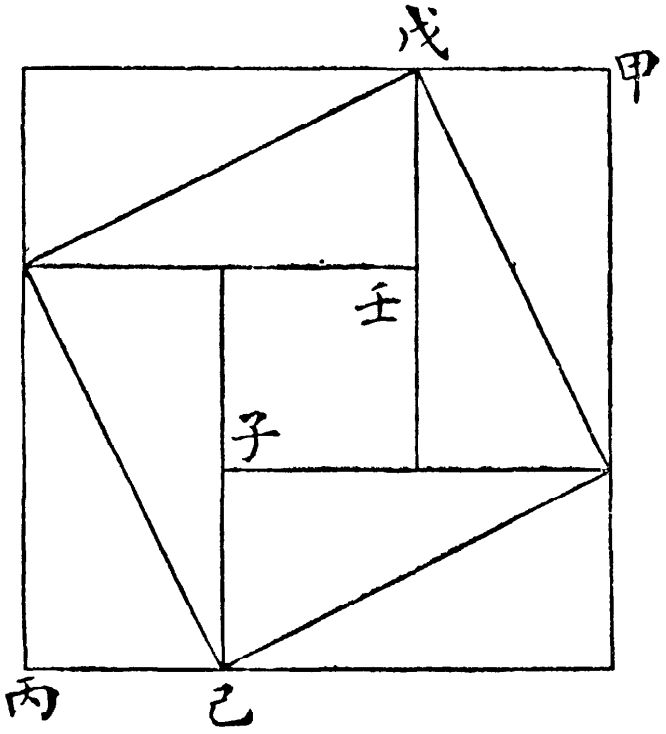
㊃ 如有弦三十四尺。句股和四十六尺。求句股。

法以弦自乘。句股和自乘。相減。餘折半。爲句股相乘之長方積。用帶縱和數開方法算之。借上圖明之。

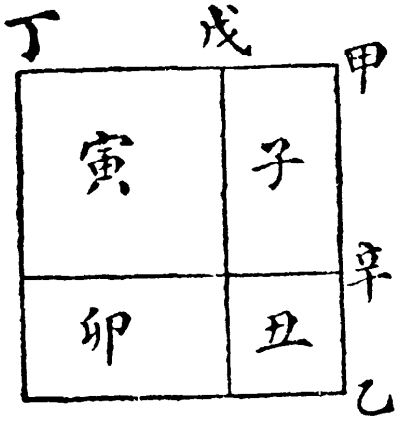
甲丙句股和自乘方也。戊己弦自乘方也。相減餘四句股形。合之爲兩長方。折半得一長方。其長卽股。其闊卽句也。

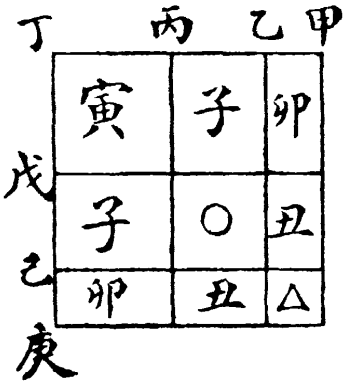
又法倍弦自乘數。八句股二壬子方。減句股和自乘數。八句股一壬子方。所餘。餘一壬子方。開方得句股較。

㊄ 如弦句和二十四尺。弦股和二十七尺。求三色。



法以二數相乘。倍之。開方得弦和和。弦與句股和相併也。於內減弦句和。得股而餘可知。如圖。甲辛戊丁皆弦也。甲戊股也。辛乙句也。甲乙弦句和也。甲丁弦股和也。兩和相乘。爲甲丙長方。內容寅號弦自乘方一。子號股弦相乘長方一。卯號句弦相乘長方一。丑號句股相乘長方一。倍之則爲下圖。其積則兩子號。兩卯號。兩丑號。兩寅號也。圈記者股自乘方也。△記者句自乘方也。合之卽爲弦自乘方。與寅號爲二矣。其邊則句股弦相和也。甲乙句也。己庚同。乙丙股也。戊己同。丙丁弦也。丁戊同。

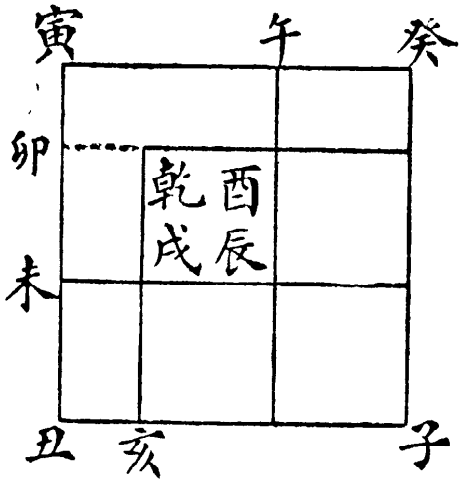




㊀如句股和二十一尺。股弦和二十七尺。求三色。句股和句弦和求三色倣此。

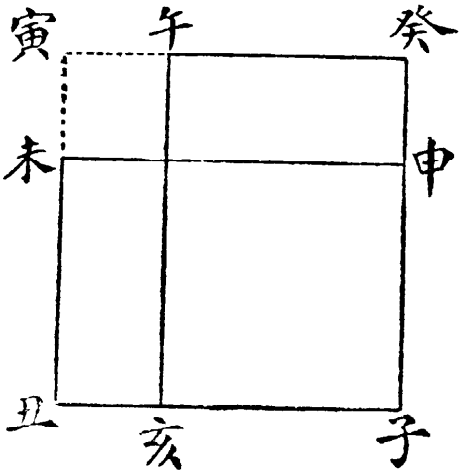
法以兩和各自乘。相減餘二百八十八尺。又以兩和相減餘六尺。爲句弦較。自乘得三十六尺。與二百八十八尺相加。得三百二十四尺。開方得十八尺。爲股與句弦較之和。內減句弦較六尺。餘十二尺爲股。而餘可知。如圖。癸丑股。癸午弦。午寅和自乘方也。子乾股。戌亥句。戌乾和自乘方也。相減所餘癸酉與戌丑兩長方。及午卯戌磬折形。夫寅未弦也。則午未方。乃弦自乘方也。又酉辰句也。辰乾方。句自乘方也。弦自乘方。兼有句自乘方。股自乘方。二數。今除去辰乾句自

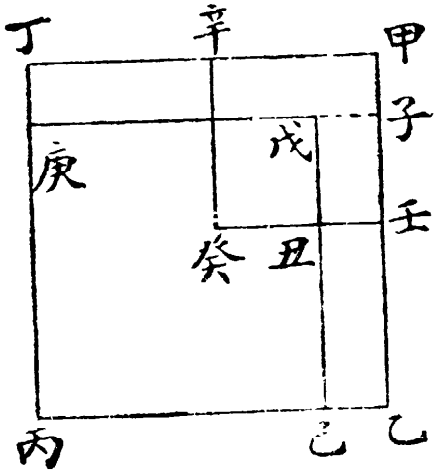
乘方。則午卯戌磬折形積。固與子辰股自乘方等矣。試將所餘磬折形。照子辰式。改爲股自乘方。而以所餘癸酉戌丑二長方。附其兩旁。如下圖。是有一方兩廉。特缺一隅也。故以句弦較自乘之午未方補之。成癸丑正方。故開之得股（申子與子亥也。）與句弦較（申癸與亥丑也。）之和也。



㊐如弦句較九尺。弦股較二尺。求三色

法以兩較相乘。倍之得三十六尺。開方得弦和較。（弦與句股和相差之數也。）六尺。加弦股較二尺。得句八尺。（弦本多股二尺。今股益以句。反多於弦六尺。則句之爲八尺可知。）若加弦句較九尺。得股十五尺。如圖。甲丙弦自乘方。戊丙股自乘方也。丁子己磬折形。與句自乘方等積者也。試作甲癸方爲句自乘方。必與丁子己磬折形等積。然則壬己與辛庚二長方。必與戊癸方等積也。而





壬乙與辛丁。皆弦。甲乙 句。甲壬 較也。乙己與丁庚。皆弦。乙丙 股。己丙 較也。故以二較相乘得一長方。倍之得二長方。卽如得戊癸方。開之而得其邊丑癸。爲弦和較也。己丙股也。加乙己爲弦。而乙己卽壬丑。再加丑癸與己丙接。爲句股和。是句股和之多於弦者。乃丑癸也。

㈧如句股較三十四尺。句弦較三十六尺。求三色。

法以兩較相減。餘二尺。爲股弦較。句較股少三十四尺。句較弦則少三十六尺。是弦長於股二尺也。卽用上條法算之。

㈨如股句較十四尺。股弦較二尺。求三色。

法以兩較相加。得十六尺。爲句弦較。句不及股十四尺。股又不及弦二尺。故相加得十六尺。卽用上條法算之。

㈩如句股和二十三尺。句弦較九尺。求三色。股弦和句弦較求三色附。法以二數相併。得三十二尺。爲股弦和。若股弦和句弦較求三色。則以二數相減。餘爲句股和。用第六條法求之。

(十一)如句股和十七尺。股弦較一尺。求三色。句弦和股弦較求三色附。

法以二數相併。得十八尺。爲句弦和。若句弦和股弦較求三色。則以二數相減。餘爲句股和。用第六條附法求之。

(十二)如句弦和二十四尺。句股較三尺。求三色。股弦和句股較求三色附。

法以二數相併。共二十七尺。爲股弦和。句股較三尺。乃句不及股三尺也。於句加三尺。卽變爲股。故句弦和變爲股弦和也。若股弦和句股較求三色。則以二數相減。餘爲句弦和。用第五條法算之。

㊂如句八尺。弦和較。弦與句股之和相較也。六尺。求二色。股弦較弦和較求三色附。

法以二數相減。餘二尺爲股弦較。如圖。

甲乙爲句。乙丙爲股。甲丙爲句股和。丁丙爲弦。甲丁爲弦和較。丁乙爲股弦較。故於甲乙句內。減甲丁弦和較。餘丁乙爲股弦較也。用句較求股弦法算之。　觀此則有股弦較弦和較求三色者。但以二數相加。卽得句矣。甲丁加丁乙卽得甲乙。

㊃如句八尺。弦較較。弦與句股較相較也。十尺。求二色。股弦較弦較較求三色附。

法以二數相減。餘二尺爲股弦較。如圖。

甲乙爲股。丙乙爲句。甲丁爲弦。甲丙爲句股較。乙丁爲股弦較。丙丁爲弦較較。故於丙丁弦較較內。減丙乙句。餘乙丁股弦較也。亦用句較求股弦法算之。

觀此則有股弦較弦較較求三色者。但以二數相減。卽得句矣。丙丁減乙丁卽得丙乙。

㊄如句八尺。弦和和。弦與句股和相併也。四十尺。求二色。股弦和弦和和求三色附。

法以二數相減。餘爲股弦和。如圖。

甲乙爲句。乙丙爲股。丙丁爲弦。甲丁爲弦和和。故於甲

丁弦和和內減甲乙句餘乙丁股弦和也用句和求股弦法算之　觀此則有股弦和與弦和和求三色者但以二數相減即得句矣甲丁減乙丁得甲乙句

㊀如句八尺弦較和弦與句股之較相加也二十四尺求二色股弦和弦較和求三色附

法以二數相併爲股弦和如圖

甲乙爲句甲丙爲股乙丙爲句股較丙丁爲弦甲丁爲股弦和乙丁爲弦較和故以甲乙句與乙丁弦較和相加得甲丁股弦和也用句和求股弦法算之　觀此則有股弦和弦較和求三色者但以二數相減即得句矣甲丁減乙丁即得甲乙句

㊁如股十五尺弦和較六尺求二色句弦較弦和較求三色附

法以二數相減餘九尺爲句弦較如圖

甲乙爲股乙丙爲句甲丙爲句股和丁丙爲弦甲丁爲弦和較丁乙爲句弦較故於甲乙股內減甲丁弦和較餘丁乙句弦較也用股較求句弦法算之　觀此則有句弦較弦和較求三色者但以二數相加即得股矣丁乙加甲丁即得甲乙股

㊂如股十五尺弦較較十尺求二色句弦和弦較較求二色附

法以二數相加得二十五尺爲句股和如圖

甲乙爲股。甲丙爲句。丙乙爲句股較。丙丁爲弦。甲丁爲句弦和。乙丁爲弦較較。故以甲乙股與乙丁弦較較相加。而得甲丁句弦和也。用股和求句弦法算之。　觀此則有句弦和與弦較較求三色者。但以二數相減。卽得股矣。甲丁減乙丁。卽得甲乙股。

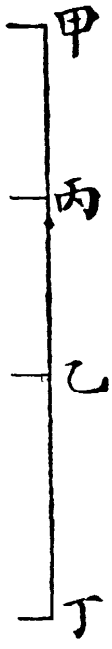
㊀九 如股十五尺。弦和和四十尺。求二色。句弦和弦和和求三色附。

法以二數相減。餘爲句弦和。如圖。

甲乙爲股。乙丙爲句。丙丁爲弦。甲丁爲弦和和。故於甲丁弦和和內減甲乙股。而餘爲句弦和也。用股和求句弦法算之。　觀此則有句弦和與弦和和色者。但以二數相減卽得股矣。甲丁減乙丁。卽得甲乙股。

㊀十 如股十五尺。弦較和二十四尺。求二色。句弦較弦較和求三色附。

法以二數相減。餘九尺爲句弦較。如圖。



甲乙爲股。丙乙爲句。甲丙爲句股較。丙丁爲弦。乙丁爲句弦較。甲丁爲弦較和。故於甲丁弦較和內。減甲乙股。餘乙丁句弦較也。用股較求句弦法算之。此則有句弦較弦較和求三色者。但以二數相減。卽得股矣。甲丁減乙丁。卽得甲乙股。

觀

㊁如弦十七尺。弦和較六尺。求二色。句股和弦和較求三色附。

法以二數相加。得二十三尺。爲句股和。如圖。

甲乙爲弦。甲丙爲句。丙丁爲股。甲丁爲句股和。乙丁爲弦和較。故甲乙弦加乙丁弦和較。而得甲丁句股和也。用弦和求句股法算之。　觀此則有句股和弦和較求三色者。但以二數相減。卽得弦矣。甲丁減乙丁。卽得甲乙弦。

㊂如弦十七尺。弦較較十尺。求二色。句股較弦較較求三色附。

法以二數相減。餘爲句股較。如圖。

甲乙爲弦。丙丁爲股。乙丁爲句。丙乙爲句股較。甲丙爲弦較較。故甲乙弦內減甲丙弦較較。餘丙乙句股較也。用弦較求句股法算之。　觀此則有句股較弦較較求三色者。但以二數相加。卽得弦矣。丙乙加甲丙。卽得甲乙也。

㊃如弦十七尺。弦和和四十尺。求二色。句股和弦和和求三色附。

法以二數相減。餘爲句股和。如圖。

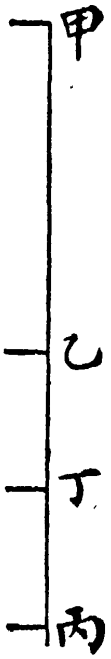
甲乙爲弦。乙丙爲句。丙丁爲股。甲丁爲弦和和。故於甲丁弦和和內。減甲乙弦。餘乙丁句股和也。用弦和求句股法算之。　觀此則有句股和弦和和求三色

者。但以二數相減。餘卽弦矣。甲丁減乙丁。餘甲乙弦。

㊀ 如弦十七尺。弦較和二十四尺。求二色。句股較弦較和求三色附。

法以二數相減。餘七尺。爲句股較。如圖。

甲乙爲弦。乙丙爲股。丁丙爲句。乙丁爲句股較。甲丁爲弦較和。故於甲丁弦較和內減甲乙弦。餘乙丁句股較也。用弦較求句股法算之。

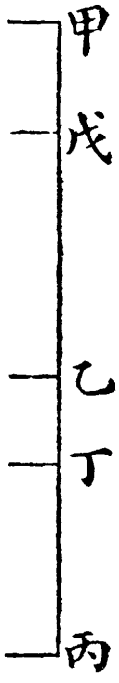


觀此則有句股較弦較和求三色者。但以二數相減。卽得弦矣。甲丁減乙丁。卽得甲乙弦。

㊁ 如弦和較六尺。弦較較十尺。求三色。

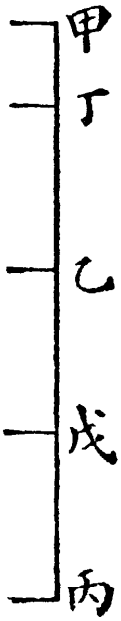
法以二數併折。得句八尺。如圖。

甲乙爲股。戊乙乙丙皆爲句。甲丙爲句股和。甲戊爲句股較。甲丁爲弦。丁丙爲弦和較。戊丁爲弦較較。故丁丙弦和較。與戊丁弦較較相併。得戊丙爲二句之共數。是以折半得句也。用句與弦和較求二色法算之。



㊂ 如弦和較六尺。弦較和二十四尺。求三色。

法併二數。折半得股十五尺。倣句與弦和較求二色法算之。如圖。



甲乙乙丙皆爲股。丁乙爲句。丁丙爲句股和。甲丁爲句股較。丁戊爲弦。戊丙爲弦和較。甲戊爲弦較和。故戊丙加甲戊。爲二股之共數。折半得一股也。

㊆如弦和和四十尺。弦較和二十四尺。求三色。

法以二數相減。餘折半得句八尺。用句與弦和和求二色法算之。如圖。

甲乙爲弦。乙丙爲股。丙丁爲句。乙戊爲句股較。甲子爲弦和和。甲戊爲弦較和。故於甲丁弦和和內。減甲戊弦較和。餘戊丁。卽二句戊丙亦句也。之共數。是以折半得句也。

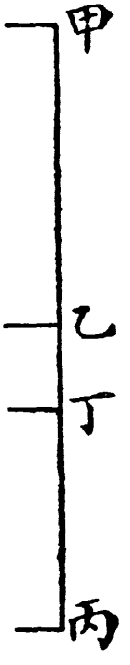
㊅如弦和和四十尺。弦較較十尺。求三色。

法以二數相減。餘折半得股十五尺。倣句與弦和和法算之。如圖。

甲乙爲弦。乙丙爲句。丙丁爲股。戊乙爲句股較。甲丁爲弦和和。甲戊爲弦較較。故於甲丁弦和和內。減甲戊弦較較。餘戊丁。卽二股之共數戊丙亦股也。是以折半得股也。

㊄如弦較和二十四尺。弦較較十尺。求三色。

法併二數。折半得弦十七尺。用弦與弦較和求二色法算



之。如圖。

甲乙乙丙皆爲弦。乙丁爲句股較。甲丁爲弦較和。丁丙爲弦較較。故甲丁弦較和加丁丙弦較較。得二弦共數。而折半得弦也。

㊀如弦和和四十尺。弦和較六尺。求三色。

法以二數相減。餘折半得弦十七尺。用弦與弦和和求二色法算之。如圖。

甲乙爲句股和。乙丙爲弦和和。甲丁爲弦和較。故於甲丙弦和和內減甲丁弦和較。餘丁丙爲二弦之共數而折半得弦也。

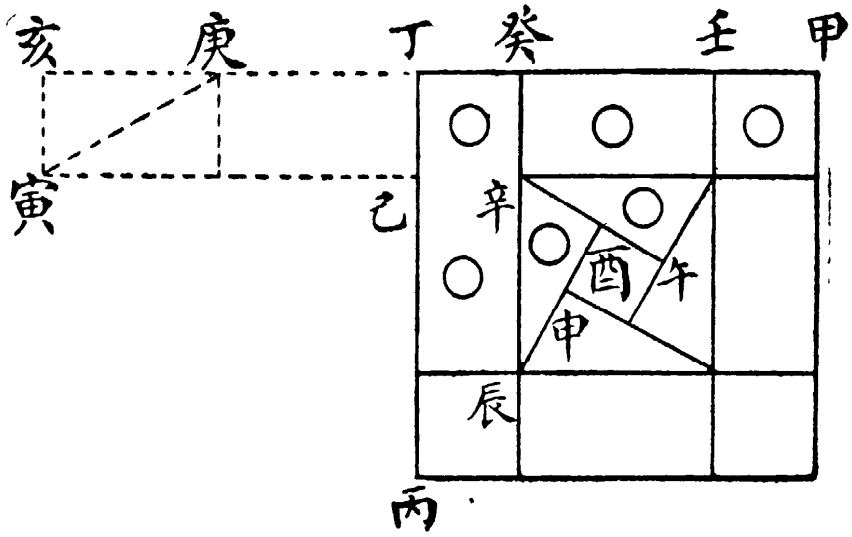
㊁如句股較七尺。弦和和四十尺。求三色。

法以二數相減。餘三十三尺。爲兩句一弦之共數。弦和和者。一句一股一弦也。於股內減多句七尺。則股又爲句矣。故變爲二句一弦也。自乘得一千零八十九尺。成甲丙方。又以句股較七尺自乘得四十九尺。爲午申方。相減餘一千零四十尺折半得五百二十尺。成圈記之甲己辰磬折形。及圈記之兩句股形。而移己辰接甲己。又合二句股爲一庚寅長方。其闊卽句。其長卽股。辛辰弦也。辛酉句也。酉辰股也。移接己庚。遂通連成甲寅長方。其闊亥寅卽句。其長甲亥爲兩句甲壬癸丁。兩弦壬癸丁庚。一股庚亥。長闊相和。甲亥加亥寅。卽爲三句兩弦一股。乃以弦和

和。一句一股一弦也。併兩句一弦。一句一弦一股。加兩句一弦。正合三句兩弦一股。共數三十三尺。爲長闊相和。用帶縱和數開方法算之。得闊八尺。爲句。而餘可知。又法。以弦和和自乘得一千六百尺。折半得八百尺。爲長方積。以句股較七尺爲長闊較。用帶縱較數開方法開之。得闊二十五尺。爲句弦和。得長三十二尺。爲股弦和。用兩和求三色法算之。理詳兩和求三色法。

㊀如句弦較九尺。弦和和四十尺。求三色。

法以二數相減。餘三十一尺。爲兩句一股共數。弦和和乃一股一句一弦。今於弦內減句弦較九尺。則弦變爲句。故爲二句一股也。自乘得甲丙方。又以弦和和加句弦較。爲兩弦一股之共數。本一弦一股一句。今於句內加句弦較。則變句爲弦。故爲兩弦也。自乘得午申方。相減餘。用四歸分之。得圈記之亥離艮磬折形。即股自乘方。酉辛弦自乘方也。丁辛句自乘方也。則此磬折形。即股自乘方。及壬亥長方。其長壬坎股也。其闊亥坎句弦較也。將磬折形變爲戌亥股自乘正方。與壬亥長方相加成戌坎長方。其闊壬坎股。其長戌壬股與



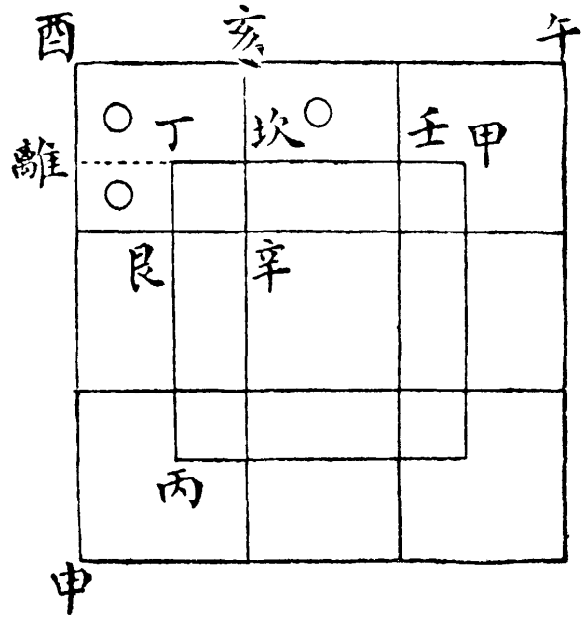
句弦較也。乃以句弦較九尺。爲長闊較。用帶縱較數開方法開之。得闊十五尺爲股。而餘可知。

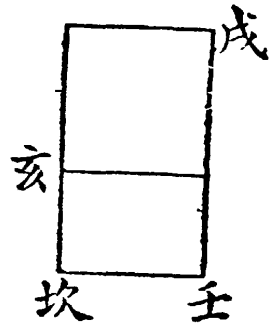
㊂如股弦較二尺。弦和四十尺。求三色。

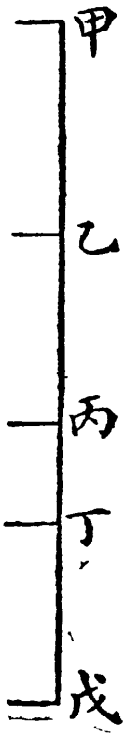
法倣上條

㊃如句股和二十三尺。弦較十尺。求三色。

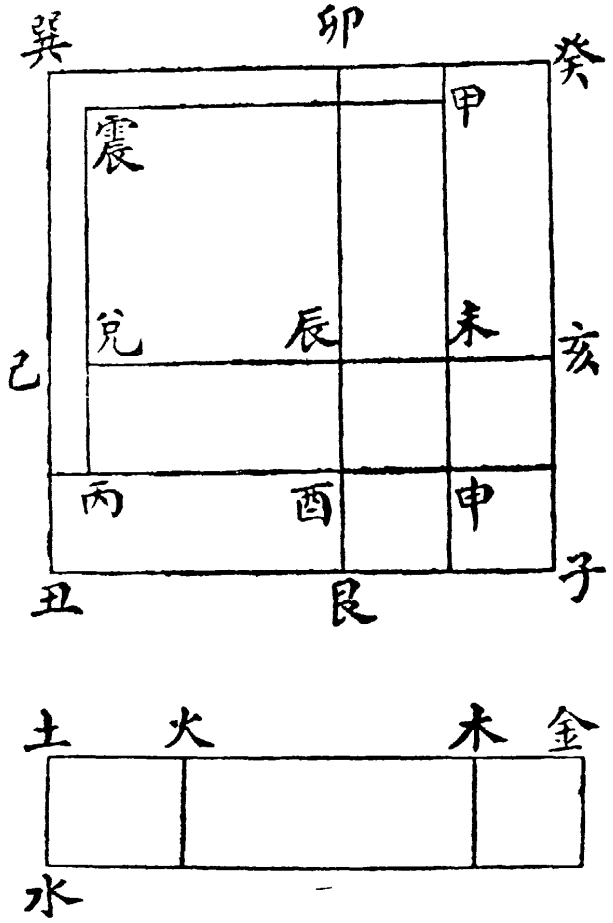
法以句股和自乘爲甲丙方。又以句股和與弦較較相加爲兩句一弦共數。如圖。甲乙乙丙皆句也。乙丁股也。丙丁句股較也。甲丁句股和也。丙戊弦也。丁戊弦較較也。以丁戊弦較較加甲丁句股和。故爲兩句甲乙乙丙。一弦丙戊。之共數。自乘爲癸丑方。相減餘爲卯巽兌磬折形。與句自乘方等。卯巳弦自乘方也。內除震辰股自乘方。則此磬折形。卽句自乘方。又餘亥







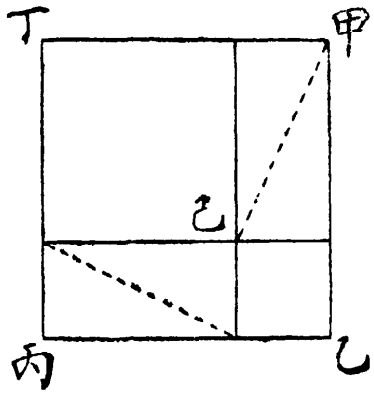
申。申子。申艮。三個句自乘方。又餘癸未丑酉。弦句相乘之二長方。又餘甲卯己丙句乘股弦較之二小長方。此二小長方。若各合於句自乘之二正方。卽成句與弦較較相乘二長方。蓋句加股弦較。卽弦較較也。何則。一句加一句股較卽股也。一股加一股弦較卽弦也。然則一弦之內包有一句。一句股較。一股弦較。三數在內。今於弦內減去句股較。以其餘爲弦較較。是弦較較卽一句。加一股弦較也。詳第三十九條。於是合而計之。則爲句自乘二正方。句弦相乘二長方。句與弦較較相乘二長方。折取一半而連爲長方形。如下圖。

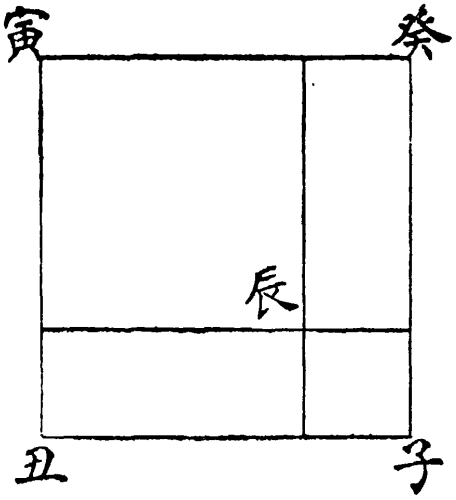


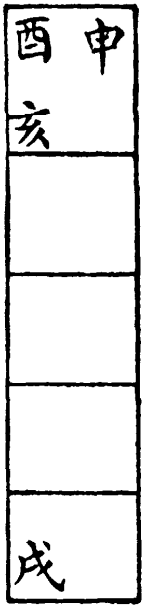
其闊卽句。其長爲一句。金木 一弦。木火 一弦較較。火土 其長闊相和。金土與土水和。爲兩句一弦一弦較較。於是以弦較較與兩句一弦之共數相加。用帶縱和數開方法算之。得闊爲句也。而餘可知矣。

如句股和二十三尺。弦較和二十四尺。求三色。

法以句股和自乘爲甲丙方。又以弦較和自乘爲癸丑方。相加爲申戌長方。乃倍弦較和爲長闊較。用帶縱較數開方法開之。得十七尺爲弦。而餘可求。如圖。甲丙方內藏丁己股自乘方一。己丁句自乘方一。甲己己丙句股相乘長方二。癸丑方內藏寅辰弦自乘方一。辰子句股較自乘方一。癸辰辰丑弦乘句股較長方二。二方相併。則得弦自乘方三。寅辰一弦方也。丁己一股方合己乙一句方。亦卽一弦方也。又甲己己丙句股相乘之二長方。剖之成四句股。合辰子句股較自乘方。又卽一弦方也。句股較與弦相乘長方二。合成下圖。其闊卽弦。其長爲三弦二句股較。其長闊相減。戌酉減酉亥。卽申酉。爲二弦二句股較。故倍弦較和。而用帶縱較數以開之也。







如句弦和二十五尺。弦和較六尺。求三色。

法以句弦和自乘爲甲丙方。又以句弦和與弦和較相加爲兩句一股共數。本一句一弦相和。今於弦內加弦和較。則此一弦變

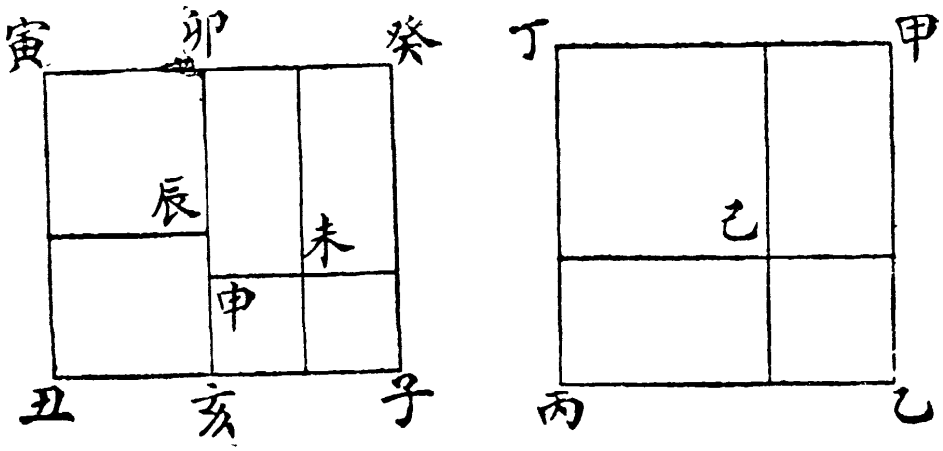
爲一股一句矣。故合之得二句一股也。與句弦和相乘爲癸丑方。甲丙方丁己弦自乘方一。己乙句自乘方一。甲己己丙句弦相乘長方二。

癸丑方

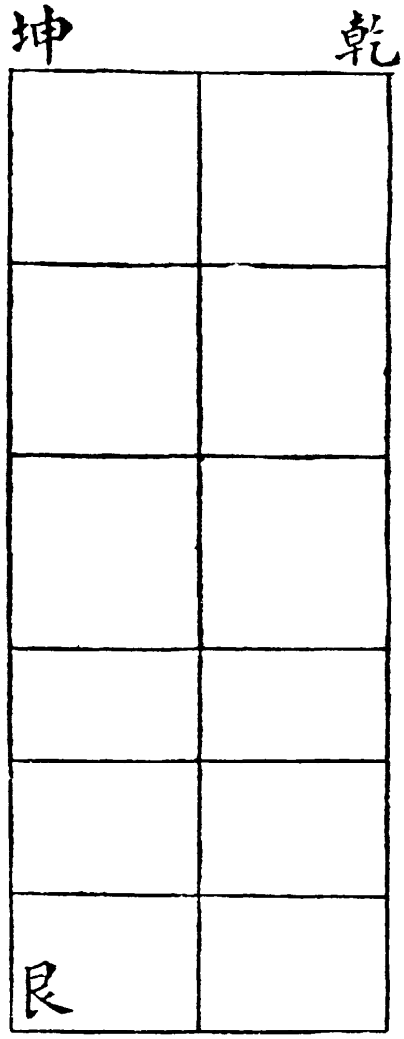
寅辰股自乘方一。未亥句自乘方一。合二者。與上圖丁己弦方等。癸未未卯。句乘弦之長方二。與上圖甲己己丙二長方等。未子句自乘方一。與上圖己乙方等。於是相減。餘辰丑長方。其亥丑長卽股。其辰亥亥丑長闊相和。卽句弦和。亥丑卽卯辰。則亥丑加辰亥。卽卯辰加辰亥。成卯亥也。卯亥內分卯申爲弦。申亥爲句。故曰句弦和。於是以帶縱和數開方法開之得長十五尺爲股。而餘可知。

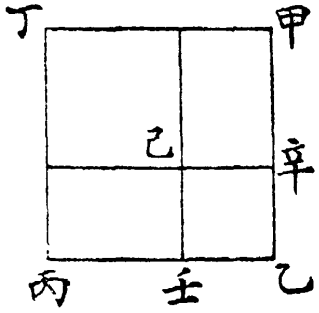
㊀ 如句弦和二十五尺。弦較和二十四尺。求三色。

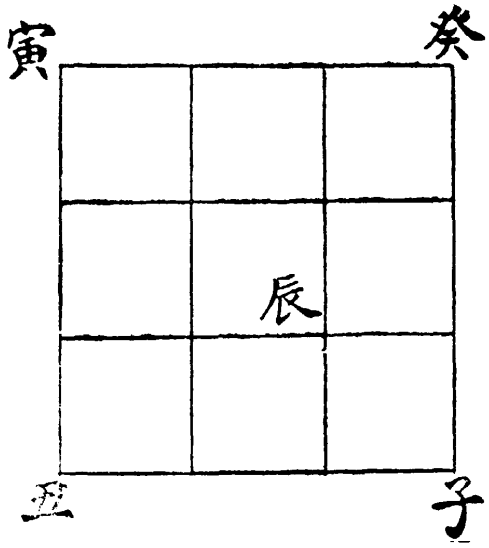
法以句弦和自乘爲甲丙方。又以兩和相加。得四十九尺。爲兩弦一股之共數。句弦和一句一弦也。弦較和一句股較一弦也。一句加一句股較。卽變爲股。故爲兩弦一股。自乘爲癸丑方。如圖。甲丙方內己丁弦自乘方一。己乙句自乘方一。甲己己丙句弦相乘長方二。癸丑方內寅辰弦自乘方四。辰子股



自乘方一。癸辰辰丑股弦相乘長方四。於是以兩圖相併。得弦自乘方六。己乙句自乘方。合辰子股自乘方亦成一弦自乘方。句弦相乘長方。二股弦相乘長方四。合之爲乾艮一長方。其闊卽二弦。其長卽三弦一句二股。其長闊相和乾坤與坤艮和。爲五弦一句二股。於是將兩弦一股之共數。倍爲四弦二股。加入句弦和之一弦一句。適合五弦一句二股之數。用帶縱和





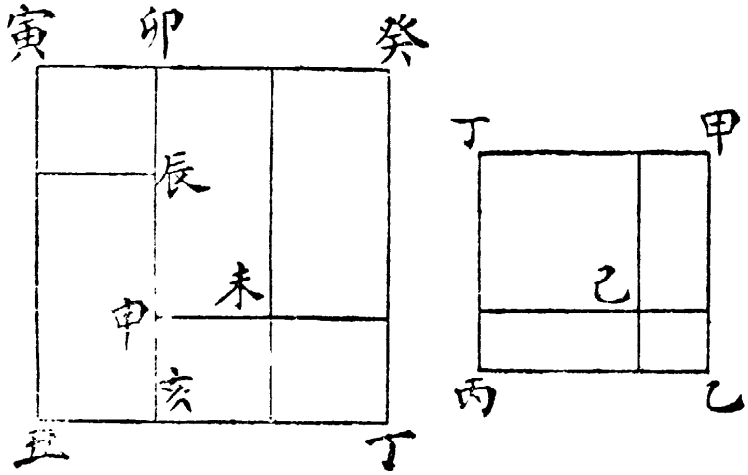


數開方法開之。得闊爲二弦。折半得弦。而餘可知。

㊇如股弦和三十二尺。弦和較六尺。求三色。

法以股弦和自乘爲甲丙方。又以股弦和加弦和較。得三十八尺。爲兩股一句之共數。股弦和一股一弦也。弦和較六尺。弦不及句股相和六尺也。則於弦加六尺。而此一弦。遂變爲一股一句矣。故合爲二股一句也。與股弦和相乘爲癸丑方。

甲丙內丁己弦自乘方一。己乙股自乘方一。甲己己丙股弦相乘長方二。癸丑內未丁股自乘方一。寅辰句自乘方一。合二方。與上圖丁己弦自乘方等。卯未未癸股弦相乘長方二。與上圖甲己己丙二長方等。未亥股自乘方一。與上圖己乙方等。於是兩圖相減。所餘辰丑一長方。其亥丑闊卽句。其辰亥長與亥丑闊相和。卽股弦和。亥丑卽卯辰。合辰亥成卯亥。爲卯申弦申亥股和也。於是以帶縱和數開方法開之。得闊爲句。而餘可知。



㊈如股弦和三十二尺。弦較較十尺。求三色。

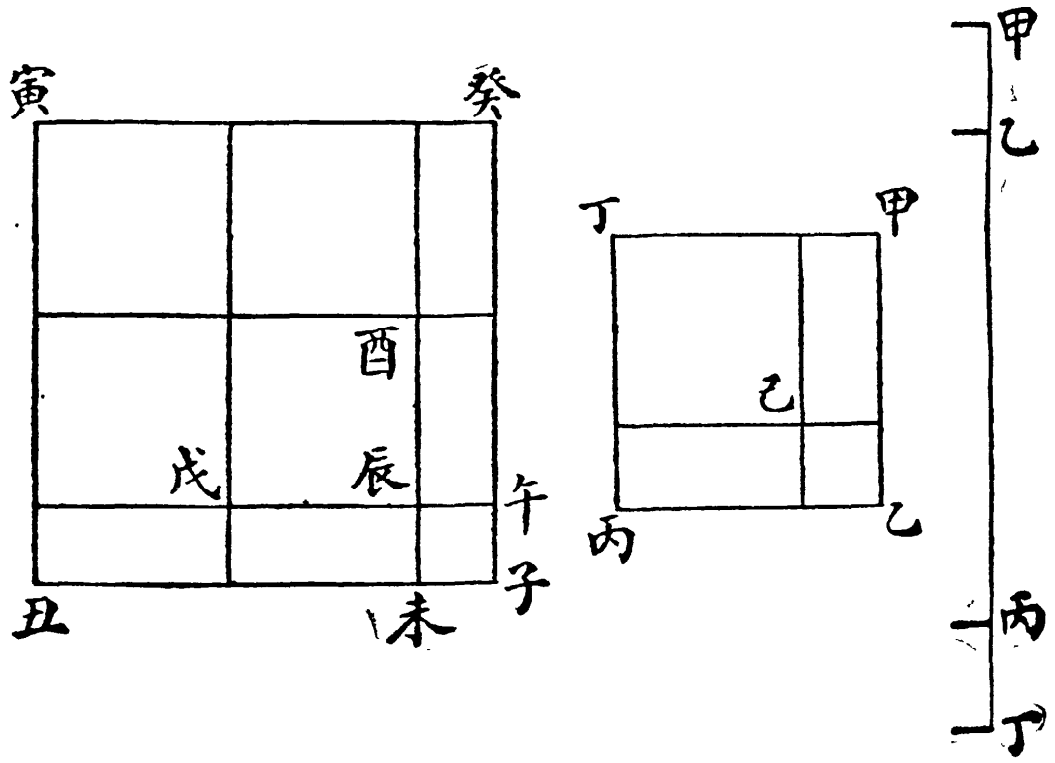
法以股弦和自乘爲甲丙方。又以股弦和加弦較較得四十二

尺。爲兩弦一句之共數。如圖。

甲丁弦也。乙丁股也。甲乙股弦較也。乙丙句也。丙丁句股較也。甲丙弦較較也。而甲丙中。兼有乙丙句。與甲乙股弦較。是弦較較者。一句一股。弦較之共數也。今與股弦和相併。則得一句一股弦較一股一弦。而此一股加此一股弦較。卽變股爲弦。故爲兩弦一句也。以此共數自乘爲癸丑方。甲丙內丁己弦自乘方一。己乙股自乘方一。甲己己丙股弦相乘長方二。癸丑內寅辰弦自乘方四。辰子句自乘方一。癸酉酉午丑戊戊未句弦相乘長方四。

於是以兩圖相併。得弦自乘方六。辰子句自乘方。合己乙股自乘方。亦弦自乘方也。股弦相乘長方二。句弦相乘長方四。合成乾艮形。

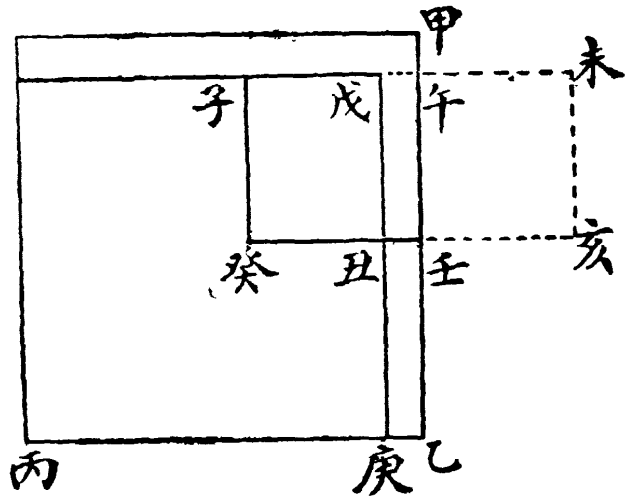
其闊爲二弦。其長爲三弦一股二句。其長闊相和。

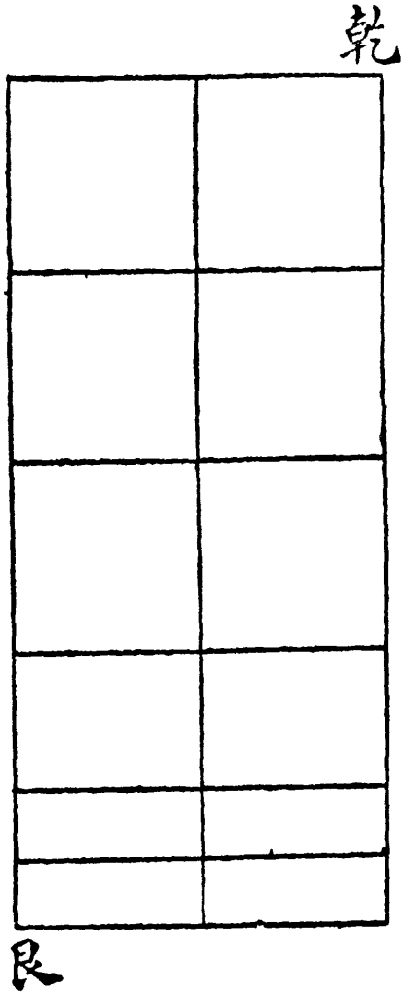


爲五弦一股二句。於是將兩弦一句之共數倍爲四弦二句。與股弦和相加爲長闊和。用帶縱和數開方法開之。得闊爲二弦。折半得弦。而餘可知。

㊀如句股較七尺。弦和較六尺。求三色。

法以弦和較六尺自乘爲戊癸方。甲丙弦自乘方也。戊丙股自乘方也。丁午庚磬折形。即句自乘方也。與甲癸方等積。甲癸既等丁午庚。則戊癸必等丁子與丑乙。於是以戊癸弦和較自乘方。試照子戊度爲午未。則未戊即午子句也。戊辛股也。未辛句股和也。午辛弦也。未午弦和較也。子戊未午亦弦和較也。故戊癸爲弦和較自乘也。折半爲丑乙方。其闊壬丑。即股弦較。其長壬乙。即股弦較加句股較。蓋長爲句股較。句弦較中兼有股弦較句股較二數也。如圖。甲丁弦也。丙丁句也。乙丁股也。甲丙句弦較也。乙丙句股較也。甲乙股弦較也。故甲丙句弦較中。兼有甲乙股弦較乙丙句股較二數也。於是以句股較七尺爲長闊較。用帶縱較數開方法



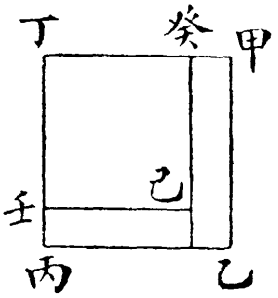


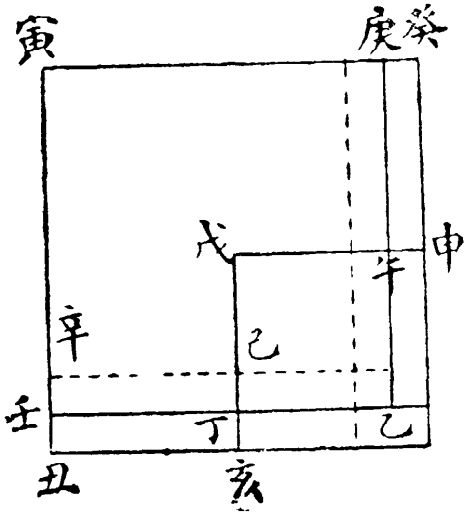
開之得闊二尺爲股弦較與弦和較六尺相加得八尺爲句股本少弦二尺今股與句和反多於弦六尺則句之爲八尺可知矣而餘可知

四 如句弦較九尺弦較較十尺求三色

法以弦較較爲一句與一股弦較之共數詳上股弦和弦較較求三色條自乘爲甲丙方又以句弦較與弦較較相加爲一弦與一股弦較之共數弦較較既爲一句一股弦較之共數今加句弦較則此一句遂變爲弦故向之爲一句一股弦較共數者今爲一弦一股弦較共數也自乘得癸丑方

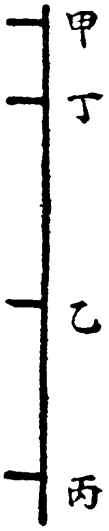
丁癸丁壬皆句也甲癸壬丙皆股弦較也丁己句自乘方也寅庚寅壬皆弦也寅卯寅辛皆股也庚卯辛壬皆股弦較也癸庚同庚卯丑壬同壬辛亦股弦較也寅乙弦自乘方也以兩方相減於癸丑方內減去等甲丙之申亥方所餘庚午戊丁壬寅磬折形與股自乘方等戊乙方等丁己句自乘方也於寅乙弦自乘方內減之則餘爲股自乘方矣又餘癸午丁丑句弦較庚乙乙壬皆弦也午乙乙丁皆句也庚午丁壬皆句弦較也與股弦較癸庚壬丑相乘二長



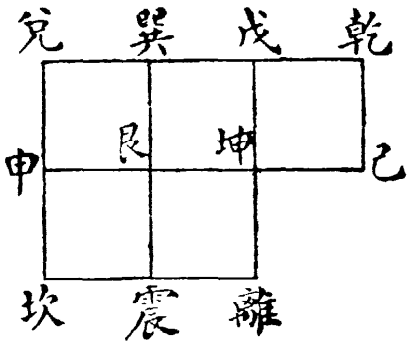


方。卽同卯午辛丁二長方。與戊己弦和較自乘方等。詳上條。於是將上項磬折形。變爲戊坎方。而與戊己弦和較自乘方相接連。如下圖。

此二方邊之較卽句弦較也。戊兌戊離皆股也。戊巽戊坤。皆等戊乾弦和較也。兌巽坤離皆股多於弦和較之較也。股十五尺。除弦和較六尺。餘九尺。則句弦較也。爲圖明之。

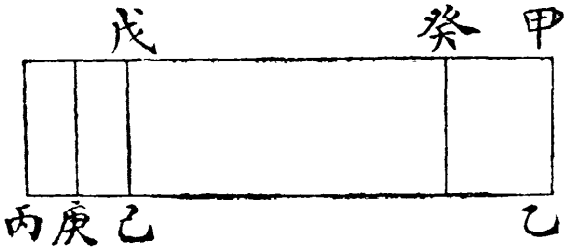


甲乙股也。乙丙句也。丁丙弦也。丁乙句弦較也。甲丁弦和較也。故甲乙股內。兼有甲丁弦和較。丁乙句弦較二數也。於是以句弦較自乘爲艮坎方。於戊坎方內減之餘兌戊離震艮申磬折形。合之戊己形。得戊己戊艮相等之兩正方。兌艮艮離相等之兩長方。其闊卽弦和較。其長卽弦和較加句弦較。猶云其長卽股。於是以句弦較爲長闊較用帶縱開方法開之。得長爲股。而餘可知。



又法。以弦較較爲句與股弦較之共數。與句弦較相加。爲弦與股弦較之共數。兩數相併。爲一句一弦二股弦較之共數。並詳本條之首。與句弦較相乘。爲甲丙長方。

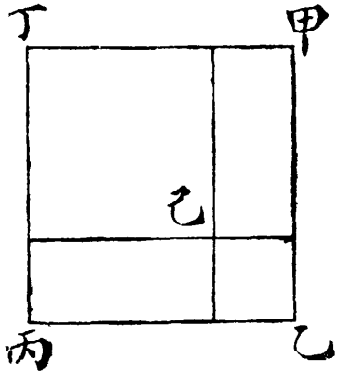
甲癸一句。癸戊一弦。己丙二股弦較。甲己句弦較甲乙句弦較九尺。與句弦和甲癸句八尺。癸戊弦十七尺。共二十五尺。相乘

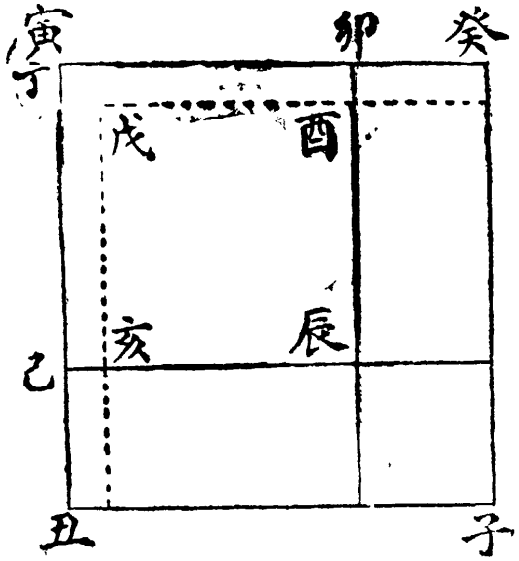


方也。與上圖戊坎股自乘方等詳第一條傚法。戊丙句弦較戊己與股弦較己庚相乘二長方也。與上圖戊己弦和較自乘方等詳上文。仍依上法算之。

㊀如股弦較二尺。弦較和二十四尺。求三色。

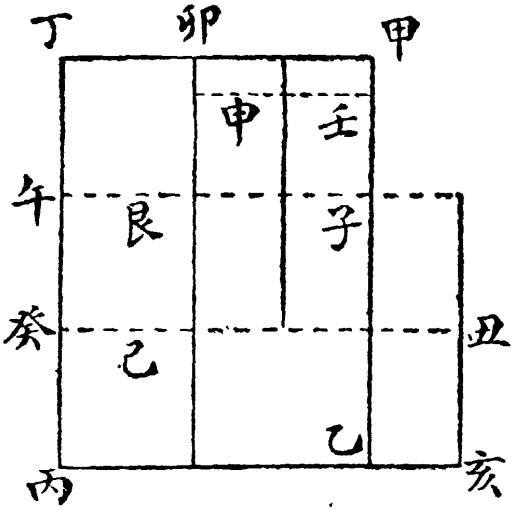
法以弦較和減股弦較。餘爲股與句股較之共數。弦較和乃一弦一句股較相和也。於此一弦內減股弦較。則弦變爲股。是向之一弦一句股較者。今變爲一股一句股較也。自乘爲甲丙方又以弦較和自乘爲癸丑方。內丁己股自乘方一。己乙句股較自乘方一。甲己己丙股與句股較相乘長方二。內寅辰弦自乘方一。辰子句股較自乘方一。與上圖己乙等。癸辰辰丑弦與句股較相乘長方二。兩方相減。於癸丑方內。減去等甲丙之戊子方。餘卯丁亥磬折形。爲寅辰弦自乘方內所容之句自乘方積。寅辰弦自乘方內。減與丁己等之戊辰股自乘方。則所餘磬折形卽句方也。又餘癸酉亥丑。句股較癸卯己丑。乘股弦較卯酉己亥。長方二。轉於甲丙方內。減去前二項所餘之積。一減去丁艮句自乘方。其積與卯丁亥磬折形等。一減去甲申

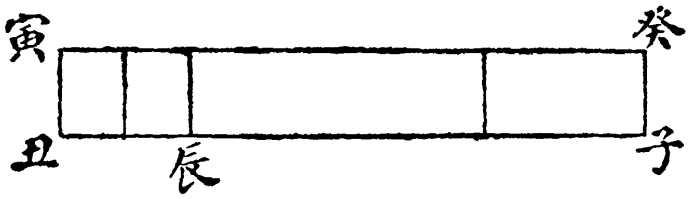




與申卯二長方。其積與癸酉亥丑二長方等。所餘爲句減股弦較（甲子句也。減甲壬股弦較餘壬子。）乘句弦較（壬申。）二長方。又餘午己己丙股（己癸）與句股較（午癸癸丙。）相乘二長方。又餘子己己乙爲句股較自乘二正方。而移子申申艮爲子丑丑乙。合而爲午亥一大長方。其闊（午丙）即二句股較。其長（亥丙）即二股減一股弦較。其長闊和爲二句股較二股少一股弦較。於是以股與句股較之共數倍之得二股二句股較。內減去一股弦較爲長闊和。用帶縱和數開方法開之。得闊爲二句股較。折半得句股較。於弦較和內減之。餘爲弦。而他可知。

又法以弦較和減股弦較爲股與句股較之共數。（詳上。）自乘爲甲丙方。（即上圖。）又以股與句股較共數。加弦較和爲一股一弦二句股較共數。（弦較和。乃一弦一句股較也。加一股與一句股較。共得一弦一股二句股較。）以股弦較二尺乘之爲癸丑長方內癸辰爲股弦較乘股弦和之長方。與上圖丁艮句自乘方等。（見第一條。）寅辰爲股弦較乘二句股較之長方。與上圖甲戊長方等。





兩圖相減、仍用上法算之。

句股積與和較相求法

㊀如句股積六尺。有句三尺。求二色。有股求二色做此。

法倍積。以句除之。卽得股。而弦可知。

㊁如前積。有弦五尺。求二色。

法四因前積。又以弦自乘得積。相減餘開方。得句股較。用第三條法算之。

㊂如前積有句股較一尺。求三色。句弦較股弦較者。附帶縱立方法後。

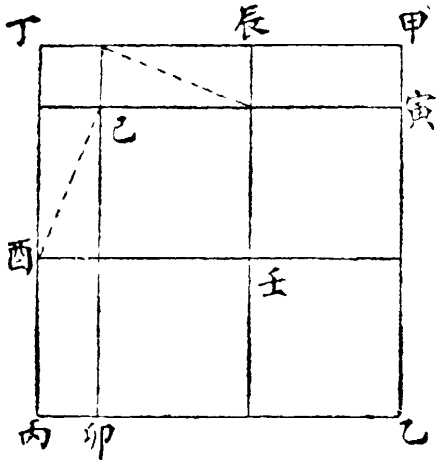
法倍積。以較一尺爲帶縱。用帶縱較數開方法算之。

㊃如前積。有句股和七尺。求三色。句弦和股弦和者。附帶縱立方法後。

法八因前積。又以和七尺自乘得積。兩數相減。餘開方得句股較。和較相減。餘折半得句。理詳第二條。

㊄如前積。有弦和和十二尺。求三色。

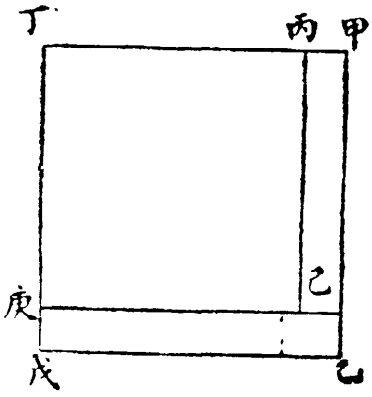
法四因前積。又以弦和和自乘爲甲丙方積。兩積相減。餘折半。以弦和和除之。得弦。於弦和和內減之。餘爲句股和。用第四條法算之。如圖。



丁己句自乘方。己壬股自乘方。壬乙弦自乘方。辰己己酉。並句股相乘長方。其積卽四句股積也。減去則餘壬乙一弦方又餘丁己一句方。與己壬一股方。合之亦一弦方。又餘辰寅卯酉句乘弦之二長方。又餘寅壬壬卯股乘弦之二長方。折半止餘一乙壬弦自乘方。壬寅弦乘股長方。寅辰弦乘句長方。合之爲辰乙一大長方。其闊卽弦。其長卽弦和和。故以弦和和除之。而得弦也。

㈥如前積。有弦和較二尺。求三色。

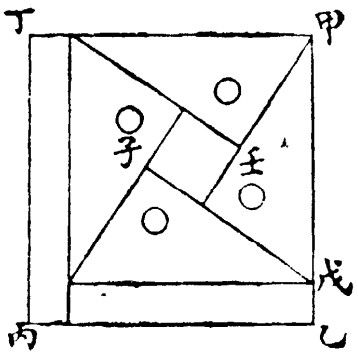
法四因前積。以弦和較除之。爲弦和和數內減弦和較。餘折半爲弦。加弦和較爲句股和。用第四條法算之。如圖。甲丁爲句股和。丙丁爲弦。甲丙爲弦和較。甲戊爲句股和自乘方。丁己爲弦自乘方。二方相減。其甲乙戊庚己丙磬折形。與四前積相等。蓋句股和自乘方內容八句股積。及一句股較自乘方積。弦自乘方內容四句股積。及一句股較自乘方積。並詳第三條。今相減。故所餘乃四個句股積也。引而長之。如甲戊方。



其闊卽弦和較。其長卽弦和和。故以弦和較除之。而得弦和和也。

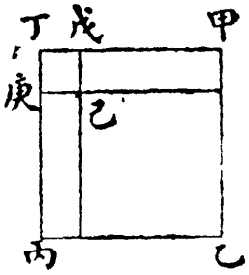
㈦如前積。有弦較和六尺。求三色。

法四因前積。又以弦較和自乘得甲丙方積。兩相減。餘折半。以弦較和除之。得句股較。於弦較和內減之。餘爲弦。用第三條法算之。如圖。內減去圈記之四句股積。餘子壬。與己丙句股較自乘方二。丁己。己乙。弦乘句股較長方二。折半則止餘乙己（弦乘句股較長方一。）己丙（句股較自乘方一。）合成戊丙長方一。其乙丙長則弦較和。其戊乙闊則句股較。故以弦較和除之。得句股較也。



㊅如前積有弦較較四尺。求三色。

法四因前積。又以弦較較自乘。得己乙方積。兩相減。餘折半。以弦較較除之。得句股較。以加弦較較。得弦。用第三條法算之。如圖。己乙弦較較自乘方。甲乙丙庚己戊磬折形。其積與四句股等。相減則餘甲己己丙二長方。折半得甲己一長方。其長甲戊。卽弦較較。其闊戊己。卽句股較。故以弦較較除之。得句股較也。然何以知前項磬折形積。與四句股等。蓋甲戊弦較較。加戊丁句股較。卽弦也。（句股較一。與弦五相較則弦多四。以弦較較四加句股較一。卽爲弦五也。）弦自乘丁乙方內。容四句股積。及一句股較自乘之丁己方。然則除卻丁己方所餘前項磬折形。爲四句股積無疑也。



正句股比例凡三者之數。合於句三股四弦五之定率者。爲正句股。

㈠如有正句股。其句十二尺。求股弦。

法以句三定率。除句十二尺。得四。知今形爲四倍。乃以股定率四。弦定率五。俱用四因之。得股十六。弦二十。

㈡如正句股。其句股相和六十三尺。求三色。

法以定率句三股四相併得七。以除六十三得九。知今形爲九倍。乃以定率句三股四弦五。俱用九因之。得句二十七。股三十六。弦四十五。

㈢如正句股。其弦和和六十尺。求三色。

法以定率三四五相併得十二尺。以除六十尺。得今所設爲五倍。如上法因之。

㈣如正句股。其句九尺。股十二尺。求內容方邊。

法以股十二尺。七歸三因。得內容方邊五尺一寸四分二釐八毫有餘。或以句九尺。七歸四因。亦得。蓋句三股四者。其求容方邊。則以句股和七分爲一率。句三分爲二率。股四分爲三率。推得四率爲容方邊。是容方邊得句七分之四。以首率七分。除次率句三分。而以四乘之。得容方邊。是容方邊得句七分之四也。得股七分之三也。二率三率之位可互易。若將三率股四爲二率。而以首率七除之。乃以句三乘之。得容方邊。是容方邊得股七分之三也。今九尺與十二尺之比。仍同於三尺與四尺之比。故可相例。

㊄如正句股。其句九尺。股十二尺。求內容員徑。

法以股十二尺。折半卽得容員徑六尺。或以句九尺取其三分之二。亦得。蓋句三股四弦五者。其求容員徑。則於句股和七分內減弦五分。是容員徑得股四分之二。卽折半。得句三分之二也。故以相例。詳句股容員又法。

㊅如正句股。其句股和二十一尺。求容方邊。

法照第二條。求出句九尺股十二尺。乃依第四條法算之。

㊆如正句股。其句股和二十一尺。求容員徑。

法照第二條。求出句九股十二。乃依第五條法算之。或以句三股四。併得七分。爲一率。以二分爲二率。今二十一尺爲三率。求得容員徑六尺。蓋七與二之比。同於二十一與六之比也。觀第五條自明。

㊇如正句股積九十六尺。求三色。

法以句三尺股四尺者之積六尺爲一率。句三尺自乘得九尺爲二率。今九十六尺爲三率。推得四率一百四十四尺。爲句自乘方。開方得句十二尺。

又法以句三股四者之積六尺。除今九十六尺。得十六尺。十六個六尺也。開方得四尺。積十六倍者。邊必四倍。卽知今所設爲四倍。乃於句三股四弦五定率。各四因之。亦得句十二股十六弦二十也。

㊈如正句股。其句自乘。股自乘。弦自乘。共積四百五十尺。求三色。法以共積折半爲弦自乘方積。一句一股之冪。與一弦等。開方得弦十五尺。知爲三倍。乃以句三股四。並三因之。得句九尺。股十二尺。

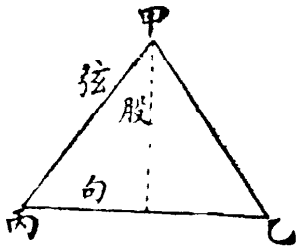
三角形法

凡三角形立於員界之一半者。必有一正方角。中矩即句股。過於圓界一半者。則三角俱銳。名銳角。不及員界一半者。則二角銳。一角鈍。名鈍角。故句股之外。又立三角法也。然自一角作垂線至底邊。即分而爲二句股。則又仍歸於句股矣。

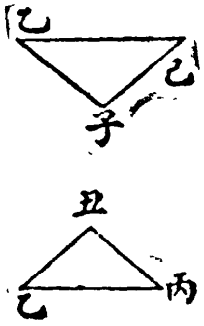
三角求中垂線法

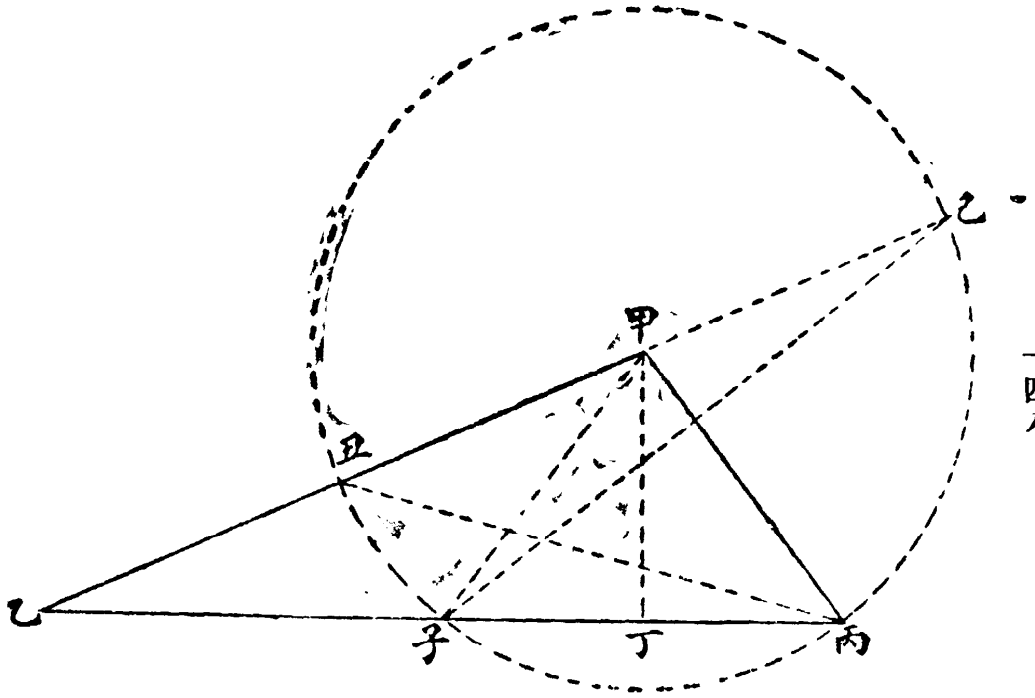
㊀等邊者。如每邊十尺。以一邊爲弦。一邊折半爲句。句弦求股。得垂線。如圖。又法。底邊折半。自乘。三因之。開方得股。爲垂線。蓋句邊一。五尺弦邊二。十尺則句積一。二十五尺弦積四。一百尺。句弦求股法。於弦積四內。減句積一。餘股積三。故以句積三因。即爲股積也。

㊁若邊不等者。銳角。則任以一邊作底。鈍角。則以最大邊作底。爲一率。兩腰。兩旁之邊名曰兩腰。相和爲二率。相減爲三率。求得四率。爲底邊之較。與底邊相減。餘折半。爲句。以小腰爲弦。句弦求得股爲垂線。如圖。



甲乙丙三角形。以甲丙小腰爲半徑。作員。截甲乙大腰於丑。截丙乙底邊於子。又引甲乙線至己。甲己等甲丙。皆員半徑也。則己乙爲兩腰之和。乙丑爲兩腰之較。乙丙爲底邊之和。乙子爲底邊之較。法爲以底邊之和乙丙。比兩腰之和己乙。若兩腰之較乙丑。比底邊之較乙子。爲轉比例四率也。問用轉比例者何也。答曰。試作己子丙丑二線。成己子乙。丙丑乙。兩三角形。必同式。蓋彼同一乙角。又此之己角。卽同彼之丙角。幾何原本。謂員內心角。必大於界角。一倍。圖中丑甲子之甲。心角也。丑己子之己。及丑丙子之丙。皆界角也。己丙皆甲之一半。則己丙固相等矣。則此之子角。亦必同彼之丑角矣。三角之度既皆同。則爲同式無疑。試析之。如下圖。





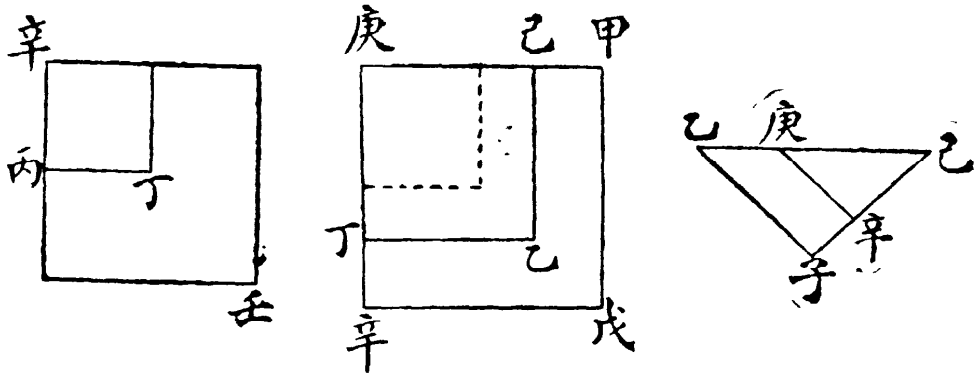
又將丙丑乙反轉。改名己庚辛。而與己乙子相合。如下圖。

法爲庚己。即丙乙。比己乙。若庚辛。即乙丑。比乙子也。因其反轉。故爲轉比例。實則正比例耳。

又法。以大小腰各自乘。得數相減。餘爲實。以底邊爲法除之。得底邊較。如圖。以甲丁垂線。分三角爲甲丁乙。甲丁丙。二句股以甲乙弦自乘。則成甲辛方。內容乙丁句自乘方。及甲戊辛丁乙己磬折形。即甲丁股自乘方。又以甲丙弦自乘。則成辛壬方。內容丙丁句自乘方。及磬折形。即甲丁股自乘方。今以兩弦自乘數相減。是兩磬折形。已對減盡。又於乙丁大句自乘方內。減丙丁小句自乘方。所餘圈記之磬折形。引而長之。成一長方形。其長即乙丁與丁丙之和。其闊即乙丁與丁丙之較。故以底邊除之。而得較也。

按二法一也。蓋上法以兩邊之和。與兩邊之較相乘。二率三率相乘爲實。而以底邊除之。與此法固無異耳。

㊂若鈍角。以最小邊或次小邊爲底。則垂線俱在形外。求法同上條。

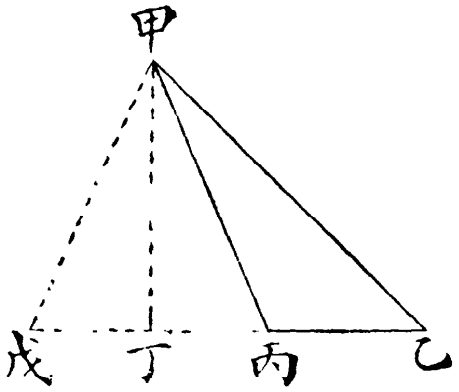


但彼底爲和。此底爲較。彼爲以和求得較。此爲以較求得和耳。如圖。甲丁垂於形外。成甲丁乙。甲丁戊。兩句股形。甲戊等甲丙。戊丁等丁丙。乙戊兩句之和也。乙丙底兩句之較也。求得乙戊和。減乙丙底。折半得丙丁句。以甲丙爲弦。求得甲丁股。又法亦倣上條。

三角求積

㊀先求垂線不論垂於形內與形外。與底邊相乘。折半得積。

㊁一法求心垂線。與半總相乘。得積。如三角形甲乙邊八尺。甲丙邊十尺。乙丙邊十四尺。求積法。併三邊得三十二尺。折半得十六尺。爲半總。如圖。將甲乙丙三角形。分爲三三角形。一乙丁丙。一甲丁丙。一甲丁乙。則三邊皆爲底。乙丙邊爲乙丁丙形底。甲丙邊爲甲丁丙形底。甲乙邊爲甲丁乙形底也。各與心垂線丁己。丁庚。丁壬。相乘。則變三三角形爲三長方形。是倍積也。詳句股容員條。故合三邊折半。止取半總與心垂線相乘也。然未知心垂線度。於是以半總十六尺。與甲乙邊八尺相減。得丙己較八尺。丙己同丙庚。折半止用丙己。乙己同乙壬。折半止用乙壬。甲壬同甲庚。折半止用甲壬。是甲乙與丙己乃半總也。與甲乙相比。其差丙己。故丙己爲甲乙邊之較。與甲丙邊十尺相減。得乙己較六尺。倣上註推之。下文同。與乙丙邊十四尺相減。得甲壬較二尺。而移甲壬爲乙辛。則丙辛爲三邊之半總。試引丙丁線至癸。成丙辛癸大句股形。與丙己丁小句



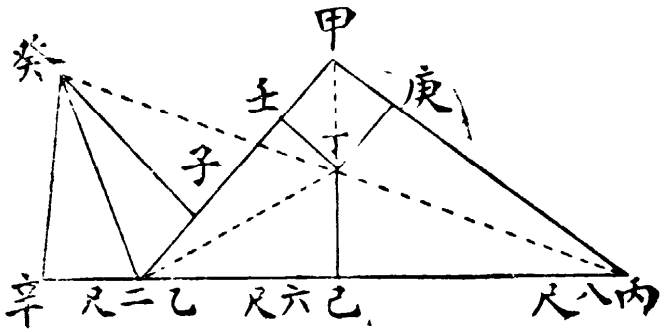
股形同式。其丙辛與丙己之比。即同癸辛與丁己之比。然丙辛。半總一率。丙己甲乙邊較。二率。雖知。而癸辛三率不知。於是想出己乙甲乙邊較。與乙辛同甲壬。丙乙邊較。相乘之積。同於癸辛與丁己相乘之積。蓋癸辛乙句股形。與乙己丁句股形同式。可相比例。法爲癸辛股一率。比辛乙句二率。若乙己股三率。比己丁句四率也。而二率三率相乘。固與一率四率相乘同積矣。然何以知兩句股同式。蓋倍癸辛乙爲癸辛乙子形。即與乙己丁壬形同式。何者。癸辛乙形。其癸角合乙角爲九十度。則倍之爲癸辛乙子形。其倍癸角。必合倍乙角爲一百八十度矣。而乙己丁壬形。其壬乙己銳角。爲癸辛乙子形倍乙鈍角之外角。亦內外合爲一百八十度。則其同式可知也。半之而爲句股形。亦必同式可知矣。則可以己乙乘乙辛之數代癸辛乘丁己之數。爲三率。於是求出四率六尺。爲丁己垂線自乘之積。

一　半總十六尺

二　丙己較八尺

三　己乙較六尺乘乙辛較二尺得十二尺相乘得九十六尺

四　丁己垂線自乘積六尺



按三率己乙與乙辛相乘。即癸辛與丁己相乘也。三率本用癸辛。四率本得丁己。今三率改用癸辛。乘丁己。則四率亦必得丁己乘丁己矣。

於是以四率所得開方得心垂線。與半總相乘得積。捷法以三較連乘得數。以半總乘之。開方得積。蓋半總乘垂線。三角之積也。而復以垂線乘之。三較連乘。即半總乘垂線。又復乘垂線也。又以半總乘之。是積乘積也。故開方得積耳。

三角求內容方邊

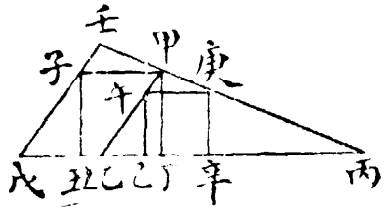
○法以大邊爲底。如法求出中垂線。與底相加爲一率。中垂線爲二率。底邊爲三率。求得四率。即容方邊。

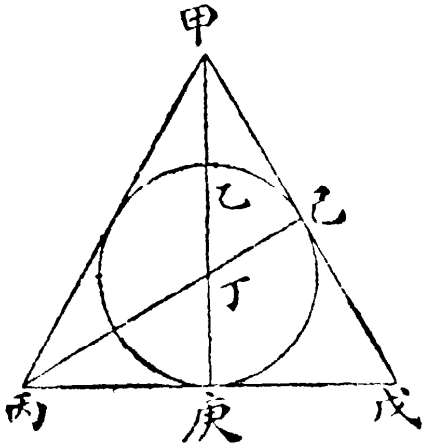
如圖。甲乙丙三角形。求出甲丁垂線移爲乙戊。與丙乙相加。成丙戊。爲一率。甲丁垂線爲二率。丙乙底爲三率。庚辛容方邊爲四率。法爲丙戊比甲丁。若丙乙比庚辛也。

三角求內容員徑

㊀等邊者如每邊一尺二寸。法先求得中垂線以三歸之。即容員半徑。倍之爲全徑。如圖。

甲庚丙己皆垂線也。相交於丁。即三角之心。亦即容員之心。故丁庚與丁己皆員半徑。又甲庚戊大句股。與甲己丁小句股同式。大句股





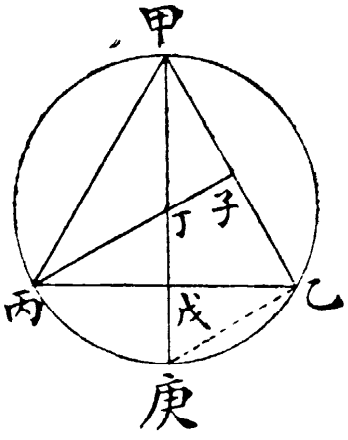
甲戊弦。爲戊庚句（即戊己。）之倍。則小句股甲丁弦。亦必皆丁己句之倍。而丁庚等丁己。是甲丁得二分。丁庚得一分也。故三歸甲庚而得丁庚。

㈡若邊不等者。亦先求中垂線。與底邊相乘。得積。而合三邊爲法除之。得數。即容員半徑。其理與句股求容員徑同。詳彼條。

三角求外切員徑（求所切外員之徑也。）

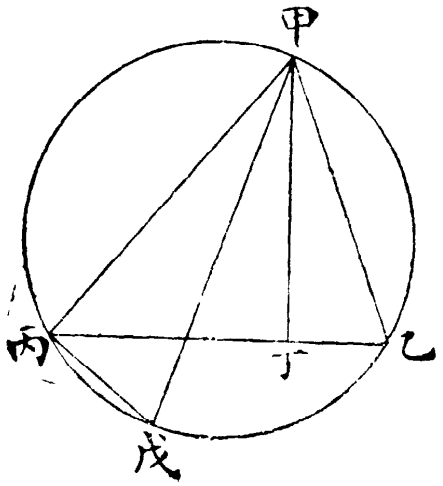
㈠等邊者。法先求中垂線三歸而四因之。得所切外員之全徑。如圖。

甲戊丙子並垂線。相交於丁。即三角之心。亦即員心。故甲丁與丁庚。皆員半徑。又甲戊乙大句股。甲子丁小句股同式。甲乙倍乙戊。（即乙己。）即甲丁亦倍子丁。而丁戊等子丁。是甲丁二分。丁戊一分。合之爲甲戊三分也。又丁庚與甲丁。同是二分。（以其皆半徑也。）合得全徑四分。故三歸甲戊垂線。而四因之。得甲庚全徑四分也。



又法。以一邊自乘。三歸四因。開方得員全徑。試於前圖。添作乙庚線。遂成甲乙庚大句股。甲戊乙小句股。爲同式。小形甲乙弦既倍甲戊句。則大形甲庚弦亦必倍乙庚句。故甲庚弦自乘方。比乙庚句自乘方爲四倍。依句弦求股法言之。甲庚弦自乘方積。內減乙庚句自乘

方積。所餘爲股自乘方積。今甲庚自乘方。既爲乙庚句自乘方積四倍。則減餘之甲乙股自乘方積。必爲句自乘方積三倍矣。故三歸甲乙邊自乘積。而四因之。爲甲庚自乘積也。

㊁若邊不等。而爲銳角者。法亦先求中垂線爲一率。小腰爲二率。大腰爲三率。求得四率。爲員徑。如圖。

甲戊爲全徑。甲丙戊句股形。立於員界之一半。則丙必爲正方角。與甲丁垂線所分甲丁乙句股形之丁角等。而甲丙戊形之戊角。與甲丁乙形之乙角。皆對甲丙弧。其度又等。則兩形必同式。可相比例。是以甲丁股與甲乙弦之比。若甲丙股與甲戊弦之比也。鈍角法同。